영상압축을 위한 최적의 서브밴드 양자화 필터 설계

박 규 식[†] · 박 재 현[††]

요 약

본 논문은 다차원 서브밴드 필터 뱅크에서 양자화 효과에 대한 분석과 그에 따른 최적의 필터 설계 방법에 대한 이론을 제안한다. 기존의 서브밴드 필터뱅크에 대한 연구에서 양자화 과정에 대한 고려는 매우 미미하였다. 본 연구에서는 확률 밀도에 최적화된 양자화기가 이득에 무상관성 잡음이 더하여진 비선형 형태로 모델링 되어 서브밴드 구조에 결합된다. 분석/합성 필터 뱅크에 다위상 분리 방법을 적용하여 양자화 과정에 의한 출력에서의 MSE가 유도되며 이 에러의 최소화 과정을 통하여 최적의 필터 설계 방법이 개발된다. 또한 5점형 구조의 표본화 격자를 이용한 최적의 비분리 파라유니터리와 이중직교 필터의 설계와 이를 이용한 영상 데이터의 압축 및 복원 과정을 통하여 성능 분석을 한다. 시뮬레이션 결과 제안한 설계방법에 따른 필터가 기존의 단순한 PR 서브밴드 필터보다 영상의 압축 및 복원에서 10에서 20퍼센트 정도의 MSE 감소를 보여주었고 낮은 비트율에서 특히 우수한 성능을 나타내었다.

키워드 : 양자화된 다차원 서브밴드 필터 뱅크, 최적 필터 설계, 비분리 필터 뱅크 설계, 양자화 분석

Optimum Subband Quantization Filter Design for Image Compression

Kyusik Park[†] · Jaehyun Park[††]

ABSTRACT

This paper provides a rigorous theory for analysis of quantization effects and optimum filter bank design in quantized multidimensional subband filter banks. Even though subband filter design has been a hot topic for last decades, a few results have been reported on the subband filter with a quantizer. Each pdf-optimized quantizer is modeled by a nonlinear gain-plus-additive uncorrelated noise and embedded into the subband structure. Using polyphase decomposition of the analysis/synthesis filter banks, we derive the exact expression for the output mean square quantization error. Based on the minimization of the output mean square error, the technique for optimal filter design methodology is developed. Numerical design examples for optimum nonseparable paraunitary and biorthogonal filter banks are presented with a quincunx subsampling lattice. Through the simulation, 10~20 % decreases in MSE have been observed compared with subband filter with no quantizers especially for low bit rate cases.

Key Words : Quantized Multidimensional Filter Bank, Optimum Filter Design, Nonseparable Filter Bank Design, Quantization Analysis

1. 서 론

서브밴드 코딩(subband coding) 기술은 효율적인 데이터 압축을 그 목적으로 한다. 이 기술의 기본 개념은 필터링을 통하여 신호가 차지하는 주파수 대역을 무상관적(uncorrelated) 대역들로 분할한 후 각 대역에 포함된 신호의 에너지양에 비례하는 대역당 비트를 할당하여 인코딩을 수행하는 것이다.

서브밴드 코딩 시스템에서 양자화(quantization) 과정이 데이터 압축의 측면에서 가장 중요한 요소임에도 불구하고 이제까지 양자화 효과 및 그 결과의 분석에 대하여 직접적으로 연구한 논문은 많지 않은 편이다. 서브밴드 코딩 분야에서 양자화 효과에 대한분석 방법으로는 순환정체(cyclostationary)와 다위상(polyphase) 방법이 주목을 받아왔다. 순환정체 방법은 주기적으로 시변(time-varying)하는 신호의 특성을 다루고 있다. Tabatabai가 2채널 필터 뱅크(filter bank)에서 양자화 효과에 대한 분석 방법으로 순환정체 개념을 처음으로 도입하였는데[1], 양자화 에러가 입력과 무관하다는 가정 하에 출력의 전력밀도(power spectral density)를 유도하였다. Uzun은 Tabatabai의 이론을 M 대역의 경우에 적용하였고 양자화기를 이득과 잡음을 더한(gain-plus additive noise) 형태로 모델링 하였다[2]. 그는 출력의 평균 전력밀도를 구하고 이의 역(inverse)을 취하여 MSE(Mean Square Error)를 구하는 방법을 제시하였다.

다위상 방법은 필터 뱅크를 다위상 행렬로 분리하고 다운샘플러(downsampler)와 업샘플러(upsampler) 사이의 저속(slow-clock rate) 신호에 중점을 두는 시불변(time-invariant) 분석 방법으로 출력의 MSE가 출력의 공분산(covariance)

† 정 회 원 : 단국대학교 정보전산학과 부교수
†† 정 회 원 : 명지대학교 전자공학과 부교수
논문접수 : 2005년 1월 26일, 심사완료 : 2005년 5월 30일

행렬의 트레이스(trace)로 표현된다. 1차원 서브밴드 시스템의 최적 설계 방법은 [4]에 발표되었다. 최근에 비직교(non-orthogonal) 서브밴드 코딩에 적용되는 새로운 양자화 기법이 발표되었고[5], 2차원 분리(separable) 서브밴드 시스템에서 결합(synthesis) 필터 뱅크에 대한 연구가 진행되었다[6].

본 논문은 [4]에서 제안한 1차원 설계에 대한 결과를 다차원으로 확장시키는데 그 중점을 두고 있다. 일반적으로 분리형 필터인 경우를 제외하면, 다차원(multidimensional) 다중레이트(multirate) 필터 뱅크의 설계는 단순한 1차원 경우의 확장으로는 성립이 되지 않는다. 본 논문은 다위상 방법을 통하여 다차원 필터 뱅크에서의 양자화 효과에 대한 이론적인 분석을 시도하고 필터 뱅크의 다위상 분리(decomposition)와 새로운 양자화 모델을 기반으로 최적의 필터 뱅크 설계 방법을 제안한다. 이러한 다위상 방법과 새로운 양자화 모델을 이용하면 MSE를 시간 영역에서 하나의 식으로 유도하는 것이 가능하다.

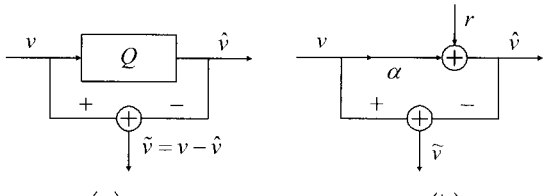
본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 확률 밀도에 최적화된 양자화기에 사용되는 이득에 잡음을 더한 모델에 대한 설명과 다위상 방식을 통한 다차원 서브밴드 시스템의 양자화 효과에 대한 분석을 한다. 3장에서는 비분리(non-separable) 필터 뱅크에 대한 최적 설계 방법과 그 예를 보이며, 4장에서는 영상에 대한 모의실험을 통하여 성능을 분석한다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

2. 양자화 잡음의 분석

2.1 양자화 모델

(그림 1) (a)에 보인 바와 같이 확률 밀도에 최적화된 양자화기에서 양자화 에러는 바이어스(bias) 되어있지 않으며 출력에 직교한다[7][8].

$$E[\tilde{v}]=0, \quad E[\hat{v}\tilde{v}]=0 \tag{1}$$



(그림 1) (a)확률 밀도에 최적화된 양자화기, (b)이득과 잡음을 더한 모델

그러나 양자화 에러 $\tilde{v}$는 입력 v에 상관적(correlated)이 되며 양자화 에러의 분산 $\sigma_{\tilde{v}}^2=\sigma_v^2-\sigma_{\hat{v}}^2$이 된다. 따라서 입력에 독립적인 잡음이 더하여진 간단한 모델로는 확률 밀도에 최적화된 양자화기를 표현할 수 없다. (그림 1) (b)이 Jayant 와 Noll이 제안한 이득에 잡음이 더하여진 양자화 모델이다[8]. 이 모델에 이득 $\alpha=1-\frac{\sigma_r^2}{\sigma_v^2}$, 등가 잡음 분산 $\sigma_r^2=\alpha(1-\alpha)\sigma_v^2=\alpha\sigma_{\tilde{v}}^2$으로 함으로써 (식 1)과 외부입력 r과 v가 무상관적이라는 조건들을 만족시킬 수 있다. α와 σ_r^2은 모두 입력 신호에 종속적이다. 이 양자화 모델이 다음 절에서 서브밴드 시스템에 결합되어 양자화 과정에 대한 분석에 사용된다.

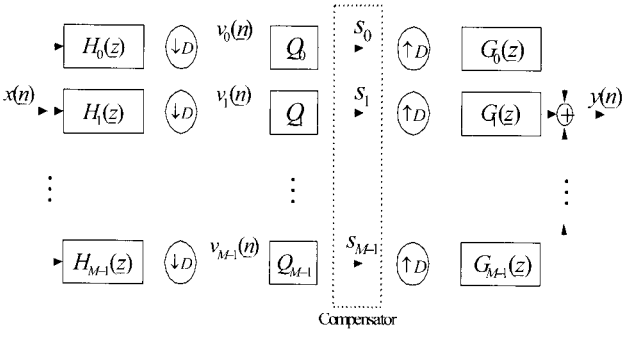
2.2 양자화 에러의 분석

(그림 2)에 확률 밀도에 최적화된 양자화기와 보상기(compensator)를 갖춘 다차원 M대역 필터 뱅크를 나타내었다. 이 구조에서 채널의 수 $M=|\det D|$가 되는 경우를 임계 표본된(critically sampled) 상태라 하며 본 논문에서는 이 경우를 다루고 있다. 여기에서 D는 표본화 행렬(sampling matrix)이다[7][8]. 분석/합성 필터 뱅크에 다위상 분리 방법을 적용하여 $k=0,1,\cdots,M-1$ 경우 (식 2)가 유도된다.

$$H_k(\underline{z})=\sum_{l=0}^{M-1}\underline{z}^{-\underline{k}_l}H_{k,l}(\underline{z}^D) \;\leftrightarrow\; H_{k,l}(\underline{z})=\sum_{\underline{n}\in\Lambda}h_k(D\underline{n}+\underline{k}_l)\underline{z}^{-\underline{n}}$$

$$G_k(\underline{z})=\sum_{l=0}^{M-1}\underline{z}^{\underline{k}_l}G_{k,l}(\underline{z}^D) \;\leftrightarrow\; G_{k,l}(\underline{z})=\sum_{\underline{n}\in\Lambda}g_k(D\underline{n}-\underline{k}_l)\underline{z}^{-\underline{n}} \tag{2}$$

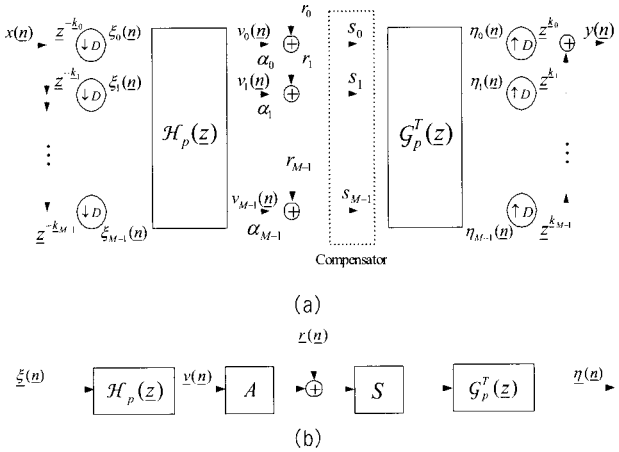
$\underline{k}_l$은 D의 코셋(coset) 벡터, $\underline{n}$은 임의의 정수벡터 그리고 Λ는 표본화 격자(sampling lattice)이다.



(그림 2) 양자화기와 보상기를 갖춘 다차원 M 대역 필터 뱅크

분석단에서의 지연을 보상하기 위하여 합성단에서는 양(positive)의 이동 벡터가 사용되었다. N차원의 다위상 확장 분석을 수행하기 위하여 $N\times N$ 표본 행렬 D에 연관된 N차원 코셋벡터 $\{\underline{k}_0,\underline{k}_1,\cdots,\underline{k}_{M-1}\}$을 선택하고 $h_k(\underline{n})$을 $\underline{k}_l$만큼 이동하며 D에 의한 다운샘플링을 하여 $h_k(D\underline{n}+\underline{k}_l)$을 얻는다. 이 과정은 합성단의 다위상 분석에도 동일하게 적용된다. 따라서 분석/합성 필터 뱅크는 다위상 행렬 $\mathcal{H}_p(\underline{z})$와 $\mathcal{G}_p^T(\underline{z})$을 사용하여 표현된다. 확률밀도에 최적화된 양자화기들을 이득과 잡음의 합성 모델로 대치하고 분석과 합성 필터 뱅크를 다위상 방법으로 분석하여 (그림 3) (a)를 얻는다.

$$H_p(\underline{z})=[H_{p,k}(\underline{z})]_{M\times M},\quad g_p(\underline{z})=[G_{p,k}(\underline{z})]_{M\times M}$$
$$0\le p,k\le M-1 \tag{3}$$



(그림 3) (a)다위상 등가 구조, (b)벡터와 행렬을 사용한 표현

점선으로 표시된 부분이 앞으로 결정되어야 할 보상기 부분이다. 위 시스템은 $\xi(\underline{n})$에서 $\eta(\underline{n})$까지의 공간적 이동에 불변이며(spatially-invariant) (그림 3) (b)과 같이 표현된다. 여기에서 A와 S는 대각 이득(diagonal gain)과 보상을 나타내는 행렬이다.

$$A = diag[\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{M-1}], \quad \alpha_i = 1 - \frac{\sigma_{\underline{v}}^2}{\sigma_v^2} \quad \text{for } i = 0,1,\ldots,M-1,$$

$$S = diag[s_0, s_1, \cdots, s_{M-1}] \tag{4}$$

총체적인 양자화 에러 $\underline{\eta}_q(\underline{z})$는 (식 5)로 표현되며 $\underline{\eta}_o(\underline{n})$는 양자화 과정과 보상기가 없는 상태에서의 시스템 출력이다. (식 6)과 같이 $M\times M$ 대각행렬 B를 정의하고 $\underline{V}(\underline{z}) = \mathcal{H}_p(\underline{z})\underline{\xi}(\underline{z})$를 (식 5)에 대입하면 (식 7)을 얻는다.

$$\underline{\eta}_a(\underline{z}) = \underline{\eta}(\underline{z}) - \underline{\eta}_o(\underline{z}) = \mathcal{G}_p^T(\underline{z})(SA - I)\mathcal{H}_p(\underline{z})\underline{\xi}(\underline{z}) + \mathcal{G}_p^T(\underline{z})S\underline{R}(\underline{z}) \tag{5}$$

$$B \equiv SA - I = diag[s_0\alpha_0 - 1, s_1\alpha_1 - 1, \cdots, s_{M-1}\alpha_{M-1}] \tag{6}$$

$$\underline{\eta}_q(\underline{z}) = \mathcal{G}_p^T(\underline{z})B\underline{V}(\underline{z}) + \mathcal{G}_p^T(\underline{z})S\underline{R}(\underline{z}) = \underline{\eta}_d(\underline{z}) + \underline{\eta}_n(\underline{z}) \tag{7}$$

즉, 양자화 에러 $\underline{\eta}_q(\underline{z})$는 $\underline{\eta}_d(\underline{z})$와 $\underline{\eta}_n(\underline{z})$로 분리되는데, $\underline{\eta}_d(\underline{z})$는 신호의 왜곡으로 인한 에러를 $\underline{\eta}_n(\underline{z})$는 랜덤 잡음 에러를 나타낸다.

양자화 모델의 관점에서 $\underline{v}(\underline{n})$과 $\underline{r}(\underline{n})$은 무상관적이므로 양자화 에러 $\underline{\eta}_q(\underline{z})$의 전력밀도는 (식 8)과 같이 유도된다.

$$S_{\underline{\eta}_q\underline{\eta}_q}(\underline{z}) = \mathcal{G}_p^T(-\underline{z}^{-1})BS_{\underline{v}\underline{v}}(\underline{z})B(\mathcal{G}_p^T(\underline{z}))^T + \mathcal{G}_p^T(-\underline{z}^{-1})SS_{\underline{r}\underline{r}}(\underline{z})S(\mathcal{G}_p^T(\underline{z}))^T \tag{8}$$

$S_{\underline{v}\underline{v}}(\underline{z})$와 $S_{\underline{r}\underline{r}}(\underline{z})$는 각각 서브밴드 $\underline{v}(\underline{n})$과 랜덤 에러 $\underline{r}(\underline{n})$의 전력밀도 행렬이다. 다차원 다위상 행렬 $\mathcal{H}_p(\underline{z})$와 $\mathcal{G}_p(\underline{z})$는 (식 9)와 같이 구성되며 $\mathcal{H}_{p,\underline{n}}$과 $\mathcal{G}_{p,\underline{n}}$은 $M\times M$ 분석/합성 다위상 계수의 행렬이다.

$$\mathcal{H}_p(\underline{z}) = \sum_{\underline{n}\in\wedge} \mathcal{H}_{p,\underline{n}}\underline{z}^{-\underline{n}}, \quad \mathcal{G}_p(\underline{z}) = \sum_{\underline{n}\in\wedge} \mathcal{G}_{p,\underline{n}}\underline{z}^{-\underline{n}} \tag{9}$$

$$\mathcal{H}_{p,n} = \begin{bmatrix} h_o(D\underline{n}+\underline{k}_0) & h_o(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & h_o(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ h_1(D\underline{n}+\underline{k}_0) & h_1(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & h_1(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_0) & h_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & h_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{G}_{p,n} = \begin{bmatrix} g_o(D\underline{n}+\underline{k}_0) & g_o(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & g_o(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ g_1(D\underline{n}+\underline{k}_0) & g_1(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & g_1(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_0) & g_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_1) & \cdots & g_{M-1}(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \end{bmatrix} \tag{10}$$

약간의 유도과정을 거친 후 상관 행렬 $R_{\underline{n}_q\underline{n}_q}(\underline{k})$은 $\underline{k} = \underline{0}$에서 (식 11)과 같이 표현된다.

$$R_{\underline{n}_q\underline{n}_q}(\underline{0}) = \sum_{\underline{j}\in\wedge}\sum_{\underline{k}\in\wedge} \mathcal{G}_{p,\underline{j}}^T BR_{\underline{v}\underline{v}}(\underline{j}-\underline{k})B\mathcal{G}_{p,\underline{k}} + \sum_{\underline{j}\in\wedge}\sum_{\underline{k}\in\wedge} \mathcal{G}_{p,\underline{j}}^T SR_{\underline{r}\underline{r}}(\underline{j}-\underline{k})S\mathcal{G}_{p,\underline{k}} \tag{11}$$

(그림 3) (b)로부터 $R_{\underline{\eta}\underline{\eta}}(\underline{0})$가 블록 출력 벡터 $\underline{\eta}^T(\underline{n}) = [\eta_0(\underline{n}), \cdots, \eta_{M-1}(\underline{n})] = [y(D\underline{n}+\underline{k}_0), \cdots, y(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1})]$의 (식 12)와 같은 특성을 지닌 공분산 행렬임을 알 수 있다.

$$R_{\underline{\eta}\underline{\eta}}(\underline{0}) = \begin{bmatrix} R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_0, D\underline{n}+\underline{k}_0) & \cdots & R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_0, D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_1, D\underline{n}+\underline{k}_0) & \cdots & R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_1, D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}, D\underline{n}+\underline{k}_0) & \cdots & R_{yy}(D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}, D\underline{n}+\underline{k}_{M-1}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

여기에서 출력의 공분산행렬은 M개의 출력 샘플로 이루어진 각각의 블록들이 모두 같은 분산합(sum of variance)을 갖는 순환정체의 특성을 갖는다. 따라서 복원된 신호의 양자화에 의한 MSE는 (식 13)과 같다.

$$\sigma_{yq}^2 = E[|\, y_q(\underline{n})\,|^2] = E[|\, \underline{y}(\underline{n}) - \underline{y}_0(\underline{n})\,|^2] = \frac{1}{M}\text{Trace}[R_{\underline{\eta}_q\underline{\eta}_q}(\underline{0})] = \sigma_d^2 + \sigma_n^2 \tag{13}$$

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{M}\text{Trace}[\sum_{\underline{j}\in\wedge}\sum_{\underline{k}\in\wedge} \mathcal{G}_{p,\underline{j}}^T BR_{\underline{v}\underline{v}}(\underline{j}-\underline{k})B\mathcal{G}_{p,\underline{k}}]$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{M}\text{Trace}[\sum_{\underline{j}\in\wedge}\sum_{\underline{k}\in\wedge} \mathcal{G}_{p,\underline{j}}^T SR_{\underline{r}\underline{r}}(\underline{j}-\underline{k})S\mathcal{G}_{p,\underline{k}}] \tag{14}$$

$R_{\underline{v}\underline{v}}(\underline{m}) = E[\underline{v}(\underline{n})\underline{v}^T(\underline{n}+\underline{m})]$와 $R_{\underline{r}\underline{r}}(\underline{m}) = E[\underline{r}(\underline{n})\underline{r}^T(\underline{n}+\underline{m})]$는 각각 신호 $\underline{v}(\underline{n})$와 랜덤 가상 잡음 $\underline{r}(\underline{n})$의 상관 행렬이다. σ_d^2은 양자화 이득과 보상기로부터 발생한 왜곡을 나타내며 랜덤 가상 잡음에 의하여 σ_n^2가 발생한다.

다차원 MSE를 설계에 적합한 형태로 나타내기 위하여 (식 10)을 (식 14)에 대입한 후 정리하면 MSE의 왜곡 성분과 랜덤 잡음 성분은 식(15), (16)과 같이 표현된다.

$$\sigma_d^2=\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}(s_i\alpha_i-1)^2\sigma_{v_i}^2\sum_{\underline{l}\in\wedge}g_i^2(\underline{l})+\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0\,i\neq j}^{M-1}(s_i\alpha_i-1)(s_j\alpha_j-1)R_{v_iv_j}(\underline{0})\sum_{\underline{l}\in\wedge}g_i(\underline{l})g_j(\underline{l})$$

$$+\frac{1}{M}\left\{\sum_{\underline{m}\neq\underline{0}}\sum_{i=0}^{M-1}(s_i\alpha_i-1)^2R_{v_iv_i}(\underline{m})\sum_{\underline{l}\in\wedge}g_i(\underline{l})g_i(D\underline{m}+\underline{l})\right.$$

$$\left.+\sum_{\underline{m}\neq\underline{0}}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0\,i\neq j}^{M-1}(s_i\alpha_i-1)(s_j\alpha_j-1)R_{v_iv_j}(\underline{m})\sum_{\underline{l}\in\wedge}g_j(\underline{l})g_i(D\underline{m}+\underline{l})\right\} \quad (15)$$

$$\sigma_n^2=\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}s_i^2\sigma_{r_i}^2\sum_{\underline{l}\in\wedge}g_i^2(\underline{l}),\quad \sigma_{r_i}^2=\alpha_i\sigma_{\tilde{v}_i}^2 \quad (16)$$

(식 15)에 사용된 상관 함수 $R_{v_iv_i}(\underline{m})$은 (식 17)과 같이 표현될 수 있다.

$$R_{v_iv_j}(\underline{m})=E[v_i(\underline{n})v_j(\underline{n}+\underline{m})]=E[x_i(D\underline{n})x_j(D(\underline{n}+\underline{m}))]=R_{x_ix_j}(D\underline{m}) \quad (17)$$

또한 서브밴드 상관 함수 $R_{x_ix_i}(\underline{m})$는 입력의 상관성과 분석단의 임펄스 응답(impulse response)을 사용하여 나타내면 $R_{x_ix_i}(\underline{m})=R_{xx}(\underline{m})*h_i(\underline{m})*h_j(-\underline{m})$이 된다. 결론적으로 N차원에서 출력의 MSE가 외형적으로는(explicitly) 분석/합성 필터의 계수, 표본화 격자 그리고 입력 신호의 상관성 모델, 내재적으로는(implicitly) 각 주파수 대역에 할당되는 비트에 의한 식으로 표현된다. 다음 단계는 양자화 과정에서 할당되는 고정된 전체 비트의 양을 사용하여 MSE를 최소화 시키는 최적의 완전 복원(perfect reconstruction) 필터 뱅크를 찾는 것이다.

(식 15)와 (식 16)을 통하여 보상기에 대한 몇 가지 사항을 고찰해 본다. 첫째, $s_i=1$인 경우는 보상이 없는 필터뱅크의 구조 하에서의 다차원의 양자화 MSE를 얻게 된다. 둘째, $s_i=1/\alpha_i$인 경우는 왜곡이 없는 이득이 보상된(gain-compensated) 구조가 된다. 즉, 출력의 MSE는 왜곡요소가 제거된 오직 랜덤 요소만 남게 된다. 그러나 이러한 경우의 보상기가 최적의 필터 구조를 제공하는 것은 아니다. 마지막으로, 복원된 출력에서의 MSE는 최적의 보상기를 선택함으로써 감소가 가능한데 다음 절에서 2차원 필터 설계의 예를 통하여 이 과정을 제시한다.

3. 제안한 최적의 다차원 필터 뱅크 설계 방법

본 절에서는 2차원 파라유니터리(paraunitary)와 이중직교(biorthogonal) 필터 뱅크에 관한 완전 복원 조건을 제시하고 제안한 보상기에 의한 최적의 필터 뱅크의 구조를 도출한다.

3.1 최적의 2차원 파라유니터리 필터 뱅크

파라유니터리 필터 뱅크는 분석단의 다위상 행렬 $G_p(z)=z^{-\mu}\mathcal{H}_p(z^{-I})$로 선택함으로써 아래의 완전 복원 조건을 만족시킨다[11][12]. 여기에서 분석/합성 다위상 행렬은 무손실(lossless)이며, $\tilde{\mathcal{H}}_p(\underline{z})=\mathcal{H}^T{}_p(\underline{z}^{-I})$이다.

$$\mathcal{P}(\underline{z})=G_p^T(\underline{z})\mathcal{H}_p(\underline{z})=\underline{z}^{-\mu}I,$$

$$\tilde{\mathcal{H}}_p(\underline{z})\mathcal{H}_p(\underline{z})=I \quad \text{and} \quad \tilde{G}_p(\underline{z})G_p(\underline{z})=I \quad (18)$$

위의 완전 복원 조건은 공간영역에서 다음과 같이 해석되며[12] $\{h_r(\underline{k})\}$와 $\{g_r(\underline{k})\}$는 분석과 합성 필터이다.

$$<h_r(\underline{k}),h_s(D\underline{n}+\underline{k})>=\delta_{(r-s)}\delta(\underline{n}),$$

$$<g_r(\underline{k}),g_s(D\underline{n}+\underline{k})>=\delta_{(r-s)}\delta(\underline{n}) \quad (19)$$

(식 19)는 각각의 필터 $\{h_r(\underline{k})\}$가 표본 격자에 관하여 직교함을 보여주며 이는 분석 필터에도 적용된다. 또한, (식 19)로부터 1차원에서는 오직 상관 함수의 M번째 샘플 값에만 완전 복원 조건이 적용되는데 반하여 다차원에서는 상관 함수의 모든 점 $\underline{m}\in D\underline{n}$에 대하여 만족되어야 함을 알 수 있다.

위의 직교 조건은 (식 15)에서 채널간의 상관성을 제거함으로 (식 15)와 (식 16)에 보인 다차원 MSE에 관한식은 아래와 같이 간략한 형태가 된다.

$$\sigma_{y_q}^2=\sigma_d^2+\sigma_n^2$$

$$\sigma_d^2=\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}(\alpha_is_i-1)^2\sigma_{v_i}^2,\quad \sigma_n^2=\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}s_i^2\sigma_{ri}^2 \quad (20)$$

여기에서 $\sigma_{v_i}^2=\sum_{\underline{k}}\sum_{\underline{l}}h_i(\underline{k})h_i(\underline{l})R_{xx}(\underline{k}-\underline{l})$이다. 위의 (식 20)을 최소화하는 과정으로 $\frac{\partial\sigma_{y_q}^2}{\partial s_i}=0$을 적용하면 파라유니터리 필터 뱅크의 보상값 $\{s_i\}$을 구할 수 있으며 이 방법을 통하여 얻은 최적의보상값은 $s_i^*=1$이다.

s_i^*에 관련된 몇 가지 주요사항을 정리하면 다음과 같다.

① 확률 밀도에 최적화된 파라유니터리 필터 뱅크는 보상을 고려하지 않는 것이 최적의 설계 방법이다.

② 채널간의 상관성을 제거하는 직교성의 결과로 위의 결과는 직교 블록 변환(block transform)에도 적용된다.

③ 입력에 무관한 잡음을 더해주는 간단한 양자화 모델을 사용하여 [13]에 발표된 바와 같이 채널당 할당되는 비트의 수가 많은 경우 $\alpha_i\to1$로 수렴하며 $\sigma_{y_q}^2=\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}\sigma_{v_i}^2$이 된다.

3.2 최적의 2차원 이중직교 필터뱅크

논코절(noncausal)한 2대역 이중직교 필터 뱅크[14]는 2대역 파라유니터리 필터 뱅크의 일반형(generalization)이다.

이 구조는 파라유니터리에서는 불가능한 2채널에서의 선형 위상의 FIR 필터의 도입을 가능하게 한다.

같은 크기의 분석/합성 필터 뱅크에 대하여 이중직교 완전 복원 조건은 (식 21)에 의하여 만족된다[12][14].

$$\begin{aligned} &< h_i(\underline{k}), \tilde{g}_i(\underline{k}-\underline{n}) > = 2\delta(\underline{n}-\underline{\mu}), \\ &< h_i(\underline{k}), \tilde{g}_i(\underline{k}-\underline{n}) > = 0 \quad \text{for } n \neq \mu \end{aligned} \tag{21}$$

여기에서 $\tilde{g}_i(\underline{n}) = g_i(-\underline{n})$이며 μ는 지연을 나타낸다. 물론 서로 다른 크기의 이중직교 필터 뱅크의 설계도 가능하지만 본 논문에서는 파라유니터리 구조와의 비교를 위하여 같은 크기의 필터 뱅크만을 고려한다.

이중직교 필터 뱅크에서는 채널간의 상호 상관성의 존재로 양자화에 의한 출력에서의 MSE가 (식 15, 16)과 같다. $\frac{\partial \sigma_{eq}^2}{\partial s_i} = 0$의 과정을 통하여 얻어지는 최적의 s_i^* 값은 1이 아니며 다음 절에서 2채널 이중직교 필터의 설계의 예를 통하여 이를 살펴본다.

3.3 필터 설계와 성능 분석

5점형(quincunx) 구조의 표본화 격자 $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$를 사용하여 2채널 2차원 파라유니터리와 이중직교 필터 뱅크를 설계한다. 이 경우 $M = |\det D| = 2$가 되며분석/결합에 사용되는 비분리 필터의 크기는 43이다.

본 논문에서 추구하는 목표는 양자화에 사용되는 전체 비트의 수는 고정된 상황에서 출력의 MSE를 최소화하는 최적의 완전 복원 필터를 설계하는 것이다. 양자화 과정에 정수의 비트 수가 사용된다는 가정하에 최적화 알고리즘은 화소당 평균 비트 수 R을 기준으로 모든 가능한 조합의 비트의 할당을 조사한다. 각각의 비트 조합에 따른 최적의 필터 계수, 최적 보상값 그리고 관련된 MSE가 계산되며 이 중 최소의 MSE 값을 갖는 경우가 최적의 설계가 된다.

4. 시뮬레이션 결과

본 연구에서는 LENNA, PEOPLE, GIRL 그리고 MIT의 4 종류의 영상을 대상으로 최적의 필터 설계를 실험하였으며 시뮬레이션 결과 모두 비슷한 결론이 도출되었다. 따라서 본 논문에서는 주로 256256 LENNA 영상을 통한 분석 및 시뮬레이션 결과를 도시한다. 또한 제안한 필터 설계 방법의 성능 분석을 위하여 기존에 제안된 Kovačević와 Vetterli[11]의 파라유니터리 필터와 비교를 한다.

분석과정을 용이하게 하기 위하여 영상 데이터에 정체성(stationary) 소스 모델을 적용한다. 분리형 AR(1) 자기상관(autocorrelation)함수는 (식 22)와 같으며 입력의 분산

$$R_{xx}(m,n) = \sigma_x^2 \rho_h^{|m|} \rho_v^{|n|} \tag{22}$$

$\sigma_x^2 = \frac{1}{(1-\rho_h^2)(1-\rho_v^2)}$이고 ρ_h, ρ_v는 각각 수평과 수직방향성 상관 계수이다. <표 1>은 각각의 실험 영상에 대한 추정된 파라메타 값을 보여준다.

〈표 1〉 실험 영상의 방향성 상관 계수, 평균, 분산

영상	ρ_h ρ_v	η_x σ_x
LENNA	0.942 0.972	98.679 52.292
PEOPLE	0.862 0.890	98.081 74.780
GIRL	0.986 0.991	101.899 77.393
MIT	0.918 0.957	81.990 75.229

파라유니터리 필터 뱅크: <표 2> (a)는 화소(pixel)당 평균 비트율이 1에서 2 사이인 경우 LENNA 영상에 대한 최적의 비분리 파라유니터리 필터 뱅크의 설계 결과이다. 표 2(b)는 화소당 평균 비트율 R=1, 1.5, 2인 경우에 대한 LPF $h_0(n_1, n_2)$의 필터 계수이다.

〈표 2〉 (a)비분리 파라유니터리 필터 뱅크의 최적 설계 (b)LPF $h_0(n_1, n_2)$의 계수

(a)

R	R0	R1	MSE
1	1	1	0.32432
1.5	2	1	0.09251
2	3	1	0.03829

(b)

$\downarrow n_1, \rightarrow n_2$	0	1	2
	R = 1 bits/pixel		
0	-1.478e-31	-0.21326	4.283e-34
1	0.73279	0.53332	6.525e-02
2	0.29306	0.11875	-0.16320
3	-4.067e-34	4.747e-02	-3.408e-32
	R = 1.5 bits/pixel		
0	1.772e-22	-0.21404	5.578e-33
1	0.73124	0.53220	6.728e-02
2	0.29409	0.12175	-0.16729
3	-3.950e-33	4.897e-02	4.055e-23
	R = 2 bits/pixel		
0	-3.167e-21	-0.21405	1.385e-32
1	0.73123	0.53218	6.730e-02
2	0.29411	0.12177	-0.16732
3	-3.218e-32	4.898e-02	-7.248e-22

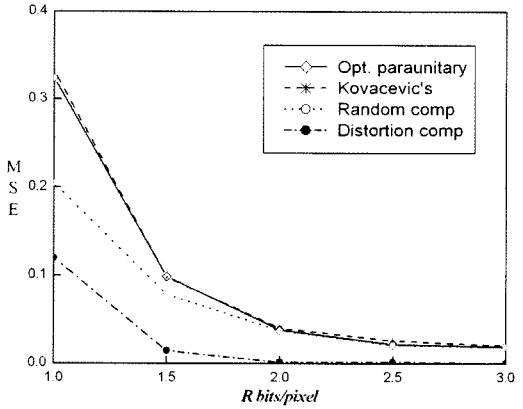
<표 2>에서 알 수 있듯이 필터 계수는 평균 비트율이나 방향성 상관계수의 변화에 별 영향을 받지 않는 반면에 출력의 MSE는 매우 민감한 영향을 받는다.

설계한 파라유니터리 필터와의 비교를 위하여 Kovačević와 Vetterli에 의하여 [11]에 제안된 필터를 사용하여 LENNA 영상에 같은 실험을 하였다. <표 3>은 Kovačević와 Vetterli의 필터계수이다. (그림 7)은 위의 두 설계 방법에 따른 MSE의 비교이다.

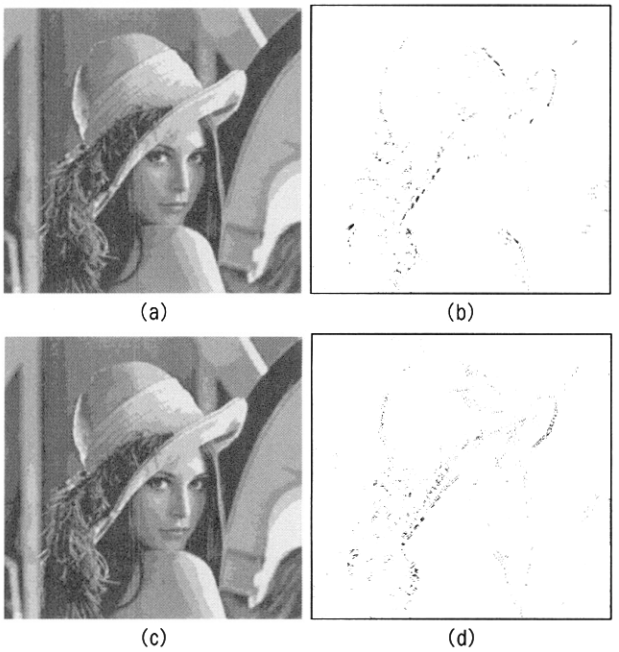
〈표 3〉 Kovačević & Vetterli의 비분리 파라유니터리 필터 계수

$\downarrow n_1, \rightarrow n_2$	0	1	2
0	0	-0.24148	0
1	0.72444	0.41825	0.11207
2	0.41825	0.11207	-0.19411
3	0	6.470e-02	0

최적화된 파라유니터리 필터 뱅크가 [11]의 필터 뱅크에 비하여 매우 미미한 성능 향상을 보이는데 그 이유는 설계된 필터가 binomial 필터의 평탄한 주파수 특성을 갖기때문이다. 이것은 양자화 과정이 있는 상황에서 바람직하다. 또한 그림 7에서 양자화에 의한 출력 MSE의 주요 성분은 랜덤 잡음 σ_n^2이고 왜곡에 의한 σ_d^2은 상대적으로 기여도가 낮음을 볼 수 있다.



(그림 7) 최적화된 파라유니터리와 Kovacevic & Vetterli 필터의 MSE 비교



(그림 8) R=2인 경우의 비분리 파라유니터리 필터 뱅크의 (a)복원 영상, (b)에러 영상, R=2인 경우의 Kovačević & Vetterli 필터 뱅크의 (c) 복원 영상, (d)에러 영상

(그림 8)은 화소당 평균 비트율이 R=2인 경우의 LENNA 영상에 대한 시뮬레이션 결과이다. 눈에 띄는 양자화 효과가 LENNA의 모자, 어깨 그리고 모자장식 부분에 집중되어 있음을 보인다.

이중직교 필터 뱅크: <표 4> (a)는 LENNA 영상에 대한 최적의 비트 할당 값 R_0, R_1 최적의 보상 값 s_0, s_1 그리고 출력의MSE 값들이다. <표 4> (b)는 최적의 비분리 이중직교 대칭LPF $h_0(n_1,n_2)=h_0(3-n_1,2-n_2)$와 비대칭 HPF $h_1(n_1,n_2)=-h_1(3-n_1,2-n_2)$의 계수 값들을 나타낸다.

〈표 4〉 (a)비분리 이중직교 필터 뱅크의 최적 설계, (b)최적의 비분리 이중직교 대칭 LPF $h_0(n_1,n_2)$과 비대칭 $h_1(n_1,n_2)$의 계수

(a)

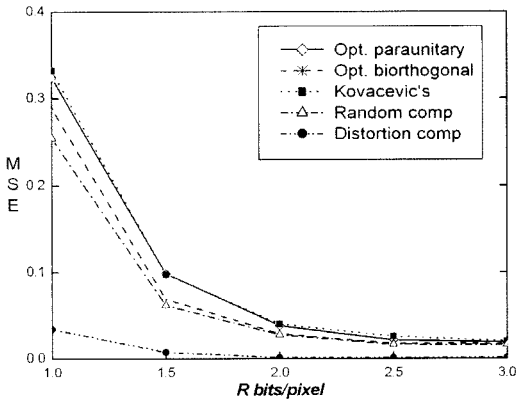
R	R0	R1	s0	s1	MSE
1	1	1	1.25789	0.93202	0.28873
1.5	2	1	1.07073	0.94538	0.06875
2	3	1	1.02098	0.94863	0.02878

(b)

$\downarrow n_1, \rightarrow n_2$	0	1	2
	R = 1 bits/pixel		
$h_0(0,n_2)$	-7.083e-27	-0.26271	-1.491e-19
$h_0(1,n_2)$	0.10869	0.82410	-0.34095
$h_1(0,n_2)$	9.212e-27	-0.25975	-1.414e-19
$h_1(1,n_2)$	-0.10746	0.81482	-0.33710
	R = 1.5 bits/pixel		
$h_0(0,n_2)$	-2.484e-27	-0.24595	-2.324e-11
$h_0(1,n_2)$	9.920e-02	0.81537	-0.32887
$h_1(0,n_2)$	8.792e-28	-0.24301	-2.297e-11
$h_1(1,n_2)$	-9.801e-02	0.80565	-0.32495
	R = 2 bits/pixel		
$h_0(0,n_2)$	-2.057e-28	-0.21618	-3.509e-20
$h_0(1,n_2)$	8.165e-02	0.79840	-0.30157
$h_1(0,n_2)$	4.254e-29	-0.21343	-3.464e-20
$h_1(1,n_2)$	-8.062e-02	0.78826	-0.29774

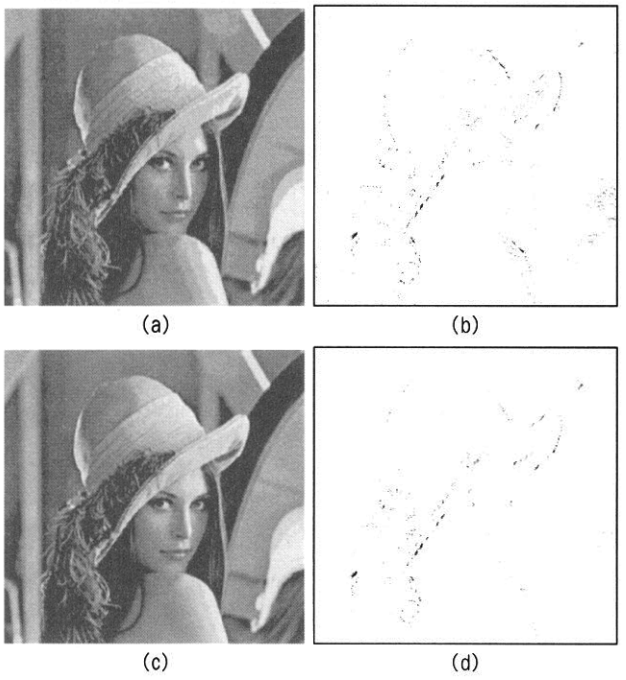
<표 4>에서 알 수 있듯이 최적의 이중직교 필터의 계수는 평균 비트율과 입력의 방향성 상관 계수 값에 매우 민감한 변화를 보인다.

(그림 9)에 이중직교 필터 뱅크의 MSE, σ_n^2, σ_d^2 그리고 성능 비교를 위하여 파라유니터리 필터의 실험 값들이 있다. 이중직교 필터가 가장 적은 MSE 값을 보여주며 랜덤 성분이 왜곡 성분에 비하여 거의 2배의 크기를 차지하고 있음을 알 수 있다.



(그림 9) 최적의 파라유니터리, 이중직교 필터 뱅크와 Kovacevic & Vetterli 필터 뱅크간의 MSE 비교

(그림 10)은 화소당 평균 비트율 R=2와 R=2.5인 경우에 이중직교 필터를 LENNA 영상에 적용한 시뮬레이션 결과이다. 파라유니터리의 경우와 비교하여 성능이 향상되었음을 알 수 있다.



(그림 10) R=2인 경우의 비분리 이중직교 필터 뱅크의(a)복원 영상, (b)에러 영상, R=2.5인 경우의 비분리 이중직교 필터 뱅크의 (c) 복원 영상, (d)에러 영상

5. 결 론

본 논문에서는 다차원 서브밴드 필터 뱅크에서 양자화 과정으로 인한 효과의 분석과 그에 따른 최적의 필터 설계 방법을 제시하였다. 제안한 방법은 차원과 표본화 격자의 종류에 상관없이 일반적으로 적용이 가능하다. 비분리 파라유니터리와 이중직교 필터 뱅크의 설계가 이루어졌으며 그 성능을 영상 데이터를 이용하여 비교 분석하였다. MSE 측면에서는 이중직교 필터가 파라유니터리에 비하여 우수한 성능을 보인데 반해, 파라유니터리 필터는 그 계수가 입력 신호의 특성의 변화에 무관하다는 장점이 있다. 이는 [4]에 발표된 1차원의 경우와 같은 결과이다.

[11]에서 제안한 필터와 MSE 측면에서 비교를 하였으며 그 결과 제안한 필터 설계 방법의 우수성이 입증되었다. 영상을 이용한 실험에서 양자화 에러의 대부분이 영상내의 외각선 부근에 집중되어 발생하였으며 이는 송신단에서 별도 프로세스의 필요성을 보여준다. 분석 필터 전단에 고주파 채널 전용의 외곽선 검출기를 부착하는 것이 하나의 방법이 될 것이다. 물론, 이 경우에는 필터 뱅크의 완전 복원 특성을 만족하기는 어려워진다.

참 고 문 헌

[1] A. Tabatabai, "Optimum analysis/synthesis filter bank structures with application to sub-band coding systems," *IEEE Proc. ISCAS'88*, pp.823-826, 1988.

[2] N. Uzun and R. A. Haddad, "Modeling and analysis of quantization errors in two channel subband filter structures," Proc. *SPIE'92*, pp. 1446-1457, Nov., 1992.

[3] K. Park and R. A. Haddad, "Optimum subband filter bank design and compensation in presence of quantizers," Proc. 27th Asilomar Conf. Sign., Syst., Comp., Pacific Grove, CA, Nov., 1993.

[4] R. A. Haddad and K. Park, "Modeling, analysis, and optimum design of quantized M-band filter bank," IEEE Trans. on Signal Proc., Vol.43, No.11, pp.2540-2549, Nov., 1995.

[5] R. Gandhi and S. K. Mitra, "Quantization to maximize SNR in non-orthogonal subband coders," Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol.6, pp.3689-3692, May, 2001.

[6] G. Calvagno, G. A. Mian, and R. Rinaldo, "Synthesis filter bank optimization in two-dimensional separable subband coding systems," IEEE Trans. Image Proc., Vol.9, No.9, pp.1497-1508, Sep., 2000.

[7] G. Karlsson and M. Vetterli, "Theory of two-dimensional multirate filter banks," IEEE Trans. Acousicstics, Speech, Signal Processing., Vol.38, No.6, pp.925-937, June, 1990.

[8] E. Viscito and J. P. Allebach, "The analysis and design of multidimensional FIR perfect reconstruction filter banks for arbitrary sampling lattices," IEEE Trans. Circuits Syst., Vol.CAS-38, No.1, pp.29-41, Jan., 1991.

[9] S. P Lloyd, "Least squares quantization in PCM," Inst. Mathematical Sciences meeting, Atlantic City, NJ, Sept., 1957.

[10] N. S. Jayant and P. Noll, 'Digital Coding of Waveforms',

Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1984.

[11] J. Kovacevic and M. Vetterli, "Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for R," IEEE Trans. Information Theory, Vol.32, No.2, pp.533-555, Mar., 1992.

[12] P. P. Vaidyanathan, 'Multirate System and Filter Banks', Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

[13] A. K. Soman and P. P. Vaidyanathan, "Coding gain in paraunitary analysis/synthesis systems," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.41, No.6, pp.1824-1835, May, 1993.

[14] M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and filter banks: Relationships and new results," Proc. ICASSP'90, pp.1723-1726, 1990.

[15] A. N. Akansu, R. A. Haddad and H. Calgar, "Perfect reconstruction binomial QMF-wavelet transform," SPIE'90, Vol. 1360, pp.609-618, Oct., 1990.3

박 규 식

e-mail : kspark@dankook.ac.kr

1986년 Polytechnic University 전자공학과(학사)

1988년 Polytechnic University 전자공학과(석사)

1993년 Polytechnic University 전자공학과(박사)

1994년~1996년 삼성전자 선임연구원

1996년~2001년 상명대학교 컴퓨터·정보통신학부 조교수

2001년~현재 단국대학교 정보전산학과 부교수

관심분야 : 음성 및 음향신호처리, 멀티미디어 신호처리, DSP 시스템 구현

박 재 현

e-mail : jhpark@mju.ac.kr

1984년 서울대학교 전기공학과(학사)

1986년 Polytechnic University 전자공학과(석사)

1993년 Polytechnic University 전자공학과(박사)

1994년~1996년 삼전전자 선임연구원

1996년~1999년 명지대학교 전자공학과 조교수

2000년~현재 명지대학교 전자공학과 부교수

관심분야 : 통신이론, 확률신호처리, DSP 등