

메쉬 부류 네트워크를 피터슨-토러스(PT) 네트워크에 임베딩

서 정 현[†] · 이 형 옥^{**} · 장 문 석^{***}

요 약

본 논문은 분지수가 상수인 네트워크들을 피터슨-토러스(PT) 네트워크에 임베딩 가능성을 보인다. 상호연결망 G 가 H 에 임베딩 되면 G 에서 설계된 병렬 알고리즘을 상호연결망 H 에 적용할 수 있다. 토러스(메쉬)를 PT에 연장을 5, 밀집율 5 그리고 확장을 1에 일대일 임베딩 하였고, 허니컴브 메쉬를 PT에 연장을 5, 밀집율 2 그리고 확장을 5/3에 일대일 임베딩 하였다. 추가로 평균 연장을 분석하였다. 널리 알려진 토러스와 허니컴브 메쉬 네트워크를 연장과 밀집율을 5이하에 PT에 임베딩 함으로써 웜홀 라우팅 방식과 store-and-forward 방식 모두에서 임베딩 알고리즘이 사용 가능하고, 일대일 임베딩을 함으로써 시뮬레이션시 프로세서 작업 처리량을 최소화 하였다.

키워드 : 상호연결망, 피터슨-토러스, 임베딩, 메쉬, 토러스, 허니컴브 메쉬

Embedding Mesh-Like Networks into Petersen-Torus(PT) Networks

Junghyun Seo[†] · Hyeongok Lee^{**} · Moonsuk Jang^{***}

ABSTRACT

In this paper, we prove mesh-like networks can be embedded into Petersen-Torus(PT) networks. Once interconnection network G is embedded in H , the parallel algorithm designed in G can be applied to interconnection network H . The torus is embedded into PT with dilation 5, link congestion 5 and expansion 1 using one-to-one embedding. The honeycomb mesh is embedded into PT with dilation 5, link congestion 2 and expansion 5/3 using one-to-one embedding. Additional, We derive average dilation. The embedding algorithm could be available in both wormhole routing system and store-and-forward routing system by embedding the generally known Torus and honeycomb mesh networks into PT at 5 or less of dilation and congestion, and the processor throughput could be minimized at simulation through one-to-one.

Keyword : Interconnection Network, Petersen-torus, Embedding, Mesh, Torus, Honeycomb Mesh

1. 서 론

상호연결망은 멀티컴퓨팅 시스템에서 프로세서간의 연결 구조를 제공하고 그 위에 작성된 병렬알고리즘의 설계에 중요한 역할을 한다. 새로운 상호연결망이 설계되면 연결망의 구조에 적합한 병렬 알고리즘들이 설계되는데 그 연구비용은 적지 않다. 서로 다른 연결망간의 임베딩은 설계된 알고리즘들을 재사용 할 수 있게 함으로써 알고리즘 설계 연구에 드는 비용을 절감할 수 있다. 임베딩에 관여되는 두 개의 연결망의 구조에 따라 임베딩 알고리즘 작성의 난이도가 결정된다.

상호연결망은 그래프 $G=(V,E)$ 로 모델링 될 수 있다. 상호연결망의 프로세서는 노드집합 $V(G)$ 로 표현되고 프로세서간의 통신링크는 에지집합 $E(G)$ 로 표현된다. 상호연결망 G 가 H 에 임베딩 되면 G 에서 설계된 병렬 알고리즘을 상호연결망 H 에 적용할 수 있다. 상호연결망 G (guest)를 상호연결망 H (host)에 임베딩 f 한다는 것은 $V(G)$ 를 $V(H)$ 에 사상하고 에지 $E(G)$ 를 상호연결망 H 의 경로(path)에 사상하는 것이다. 임베딩을 평가하는 척도에는 확장율(expansion), 부하계수(load factor), 연장율(dilation), 밀집율(congestion)이 있다[3]. 그래프 G 의 에지 e 의 연장율은 H 상에서의 경로 $p(e)$ 의 길이를 말하고, 임베딩 f 의 연장율은 G 의 모든 에지의 연장율 중 최대값이다. 연장율의 최소값은 1이며, 연장율이 크면 G 에서 설계된 알고리즘이 H 에서 적용될 때 연장율 만큼 메시지 전송 시간이 길어진다. 그래프 H 의 에지 e' 의 밀집율은 e' 에 포함되는 $p(e)$ 의 개수를 말하고, 임베딩 f 의 밀집율은 H 의 모든 에지의 밀집율 중 최대값이다. 밀집율의 최적은 1이며, 밀집율이 크면 전송 트래픽이 많이 발생한다

* 본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 대학 IT연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음.(IITA-2008-C1090-0801-0001)

† 준 회원 : 순천대학교 컴퓨터학과 박사과정

** 종신회원 : 순천대학교 컴퓨터교육과 교수(교신저자)

*** 종신회원 : 순천대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수

논문접수 : 2008년 2월 21일

수정일 : 2008년 6월 3일

심사완료 : 2008년 6월 4일

[1,2]. 연장율이 크면 store-and-forward 방식의 라우팅에서는 전송시간이 길어지므로 웜홀(wormhole) 라우팅 방식이 적합하고, 밀집율이 크면 웜홀 방식에서 메시지 데드락(dead-lock)의 가능성이 증가한다.

멀티컴퓨팅에서 메시지를 전송하는 방법으로 회선 스위칭(circuit switching) 방식과 패킷 스위칭(packet switching) 방식이 있다. 회선 스위칭 방식은 메시지를 전송하고자 할 때 목적지까지 회선을 설정하여 메시지를 전송하는 동안 두 프로세서가 전용으로 사용하도록 한다. 패킷 스위칭 방식은 store-and-forward 방식, virtual cut-through 방식, 웜홀(wormhole) 방식으로 나눌 수 있다. store-and-forward 방식은 패킷이 전송될 때 경로 상에 있는 중간 노드의 기억장치에 저장하였다가 다시 전송하는 방식으로 메시지 지연시간이 길고, 많은 기억장치를 필요로 한다. 웜홀 방식은 하나의 패킷을 플릿(flit)이라는 작은 단위로 나누어 라우터의 지원을 받아 메시지의 가장 앞에 있는 헤더 플릿이 라우팅 할 경로를 결정하고, 나머지 플릿은 헤더 플릿의 뒤를 연속적으로 따르는 방식이다. 본 논문에서는 두 가지 라우팅 방식에 모두 적합하도록 연장율과 밀집율을 5 이하에 임베딩 하였다.

멀티컴퓨팅을 위한 상호연결망은 크게 동적연결망과 정적연결망으로 나눈다. 정적연결망은 두 프로세서 사이의 통신 링크가 수동적이므로 다른 프로세서와 다시 연결될 수 없으며, 동적연결망은 스위칭 요소에 의해 통신 링크가 다른 프로세서와 연결될 수 있다. 정적연결망은 망을 구성하는 노드와 에지의 구성에 따라 트리 부류, 메쉬 부류, 하이퍼큐브 부류 그리고 스타그래프 부류로 나눌 수 있다. 멀티 컴퓨팅을 효과적으로 이용하기 위해서 링, 트리, 메쉬, 하이퍼큐브와 같은 공통적인 위상 구조를 토러스, 허니컴브(honeycomb) 메쉬, 허니컴브 토러스, 헥시고날(hexagonal) 메쉬, 하이퍼큐브, folded 하이퍼큐브, 스타(star) 그래프, 팬케익(pancake) 그래프, 매크로-스타(macro-star), 전위(transposition), 행렬-스타(matrix star) 그래프 등의 여러 가지 연결망에 임베딩하는 문제가 연구 되었다.

새로운 상호연결망이 설계되면 다른 연결망에서 개발된 알고리즘을 재사용하기 위해 새로운 상호연결망으로 임베딩하는 연구가 진행된다. 특히 이진트리, 분할-정복 알고리즘, backtrack searching, branch-and-bound computation, game-tree evaluation, functional and logical programming 그리고 다양한 수 연산에 사용되므로 다른 연결망으로 임베딩되는 연구가 활발히 진행되었다. 링이나 이진트리를 메쉬, 허니컴브 메쉬, 하이퍼큐브, 스타그래프, 재귀원형군, 하이퍼피터슨, 사이클릭 피터슨, 폴디드 피터슨 상호연결망에 임베딩하는 연구[5,6,7,8,9,10,11]가 진행되었고, 임의의 크기를 갖는 이진트리를 정적(static)연결망에 임베딩한 연구[12,13]도 있다. 상호연결망 사이의 임베딩 연구는 메쉬, 하이퍼큐브 그리고 스타그래프를 다른 상호연결망에 임베딩하는 연구[2,3,5]가 있고, 메쉬, 하이퍼큐브 그리고 스타그래프 상호간

의 임베딩에 대한 연구[1,14,15,16]가 있다.

메쉬 부류간의 임베딩에 관한 연구에서 임베딩 평가척도는 대부분 한 자리 정수 값이다. [18]에서는 $(n-1) \times n$ 메쉬를 $n \times (n-1)$ 메쉬에 확장율 1, 연장율 2에 임베딩 하였고 $j \times k$ 메쉬를 $n \times n$ 메쉬에 확장율 1, 연장율 3에 임베딩 하였다 ($j \times k = n \times n$). [19]에서는 2차원 $h \times w$ 메쉬를 $h' \times w'$ 메쉬에 연장율 2에 임베딩 하였다($hw \leq h'w'$, $w' < w$). [20]에서는 2차원 $h \times w$ 메쉬를 $s \times s$ 메쉬에 연장율 6에 일대일 임베딩 하였다($h \times w > s \times s$). [21]에서는 k -차원 토러스 G 를 H 에 연장율 1 밀집율 1에 임베딩 하였다(G 의 노드 개수가 H 의 노드 개수보다 크거나 같을 경우). [22]에서는 $(3n, 2n)$ 토러스를 n 차원 헥사고날 허니컴브 토러스에 연장율 2, 밀집율 4, 확장율 1 그리고 부하계수 1에 임베딩 하였다. 임베딩의 평가척도인 확장율, 연장율, 밀집율은 1에 근접할수록 좋은 결과이며 값이 크면 알고리즘이 재사용될 때 추가 비용이 들게 된다.

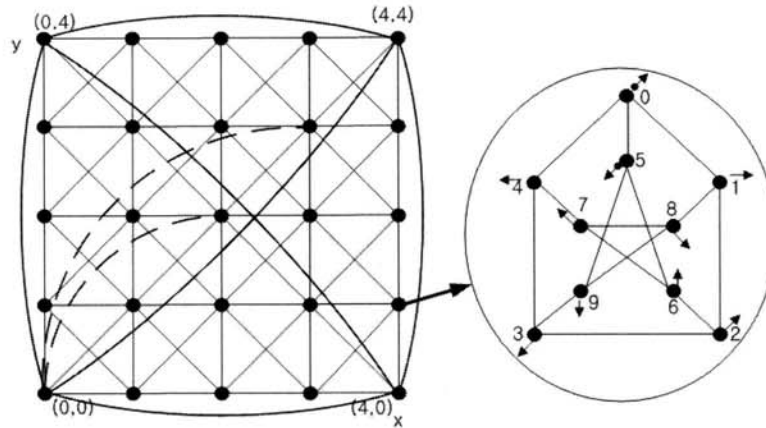
본 논문에서는 토러스와 허니컴브 메쉬 네트워크를 PT 네트워크로 일대일 임베딩 한다. 토러스, 허니컴브 메쉬, PT는 분지수로 상수를 갖는다. 상호연결망의 임베딩 결과로 노드 사이에 일대일 임베딩 방법은 부하계수가 1이므로 프로세서에서 작업처리 시간이 빠르다. 토러스와 허니컴브 메쉬를 PT에 확장율 2, 연장율 5, 밀집율 5이하에 임베딩 하였다. 본 논문의 구성은 제2장에서 PT, 토러스, 허니컴브 메쉬를 소개한다. 제3장에서 토러스, 허니컴브 메쉬를 PT 네트워크에 임베딩 하였다. 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 관련연구

메쉬 구조는 VLSI 회로설계 분야에서 많이 이용되는 구조로 현재까지 널리 이용되고 있으며 다양한 시스템으로 상용화되었다. 낮은 차원의 메쉬는 설계하기 쉽고 알고리즘 관점에서도 매우 유용하므로 병렬처리 컴퓨터의 연결망으로 많이 쓰인다. 허니컴브 메쉬는 같은 노드수를 갖는 다른 종류의 메쉬보다 망 비용이 우수하고 이동 전화 기지국 위치 문제, 컴퓨터그래픽, 이미지 처리 등의 응용분야를 갖는 연결망으로 제안되었다. 본 논문에서는 토러스와 허니컴브 메쉬를 PT에 임베딩 하였다.

2.1 피터슨-토러스 $PT(m, n)$ 네트워크 정의

피터슨-토러스 $PT(m, n)$ ($m, n \geq 2$)은 피터슨 그래프(그림 1의 (b))를 기본모듈로 하고, 기본모듈 $m(x$ 축) $\times n(y$ 축)개를 격자점에 배치하고 에지 정의에 의해 연결한다. 피터슨-토러스 네트워크 $PT(m, n) = (V_{pn}, E_{pn})$ 이다. 본 논문에서는 $PT(m, n)$ 를 (그림 1)의 (a)와 같이 2차원 그래프에 사상시켜 설명한다. 단위 피터슨 그래프를 기본모듈이라고 하며, 기본모듈은 x 와 y 의 교차점에 있다. 기본모듈의 주소는 (x, y) 로 나타내고 노드 주소는 (x, y, p) 로 나타낸다. “노드 (x, y, p) 는 기본모듈 (x, y) 에 속한다”라고 말한다. 노드 주소에서 x



(a) PT(5,5) (b) 피터슨 그래프

(그림 1) 피터슨-토러스 PT(5,5)

는 기본모듈의 x축의 좌표, y는 기본모듈의 y축의 좌표, p는 기본모듈인 피터슨 그래프에 있는 노드의 주소이다. 피터슨-토러스 PT(m,n)의 노드정의는 다음과 같다.

$$V_{pt} = \{(x,y,p), 0 \leq x < m, 0 \leq y < n, 0 \leq p \leq 9\}$$

PT(m,n)의 에지는 다음과 같이 내부에지와 외부에지로 나눈다. 같은 기본모듈에 속한 노드들을 연결하는 에지를 내부에지라고 하고, 내부에지는 피터슨 그래프의 에지를 그대로 사용한다. 서로 다른 기본모듈에 있는 노드를 연결하는 에지를 외부에지라고 하고 다음과 같이 정의한다. 아래 에지를 나타내는 수식에서 심벌 'n'은 나머지 연산자이다. ① 세로에지는 ((x,y,6), (x,(y+1)/n,9))과 ((x,y,9), (x,(y-1+n)/n,6))이다. ② 가로에지는 ((x,y,1), ((x+1)/m,y,4))과 ((x,y,4), ((x-1+m)/m,y,1))이다. ③ 사선에지는 ((x,y,2), ((x+1)/m,(y+1)/n,3))과 ((x,y,3),((x-1+m)/m,(y-1+n)/n,2))이다. ④ 역 사선에지는 ((x,y,7), ((x-1+m)/m,(y+1)/n,8))과 ((x,y,8), ((x+1)/m,(y-1+n)/n,7))이다. ⑤ 지름에지는 ((x,y,0), ((x + floor(m/2))/m,(y + floor(n/2))/n,5))과 ((x,y,0), ((x - floor(m/2))/m,(y - floor(n/2))/n,5))이다.

(그림 1)의 (a)에서 피터슨-토러스 PT(5,5)는 기본모듈을 격자점으로 표현하였다. 기본모듈은 이웃한 기본모듈들과 완전그래프(complete graph) 형태로 연결되어 있다. 가장자리를 제외한 모든 기본모듈은 지름에지를 제외한 에지들이 그려져 있으며, 기본모듈 (0,0)의 지름에지만 굵은 파선(짧은 선이 일정한 규칙으로 반복되는)으로 그려져 있다. 가장자리의 기본모듈들은 랩어라운드(wraparound) 에지가 생략되어 있으나 4개의 꼭지점에 있는 기본모듈은 몇 개의 랩어라운드 에지가 굵은 실선으로 그려져 있다. 피터슨-토러스 네트워크 PT(m,n)의 기본모듈인 피터슨 그래프(그림 1의 (b))에서 노드 1, 4는 가로에지, 노드 6, 9는 세로에지, 노드 2, 3은 사선에지, 노드 7, 8은 역 사선에지, 노드 0, 5는 지름에지와 결합된 노드들이다. 노드 U로부터 노드 V까지 경로가 있다

고 가정하면, 그 경로에 사용된 외부에지의 수는 외부경로 길이라고 하고, 내부에지의 수는 내부경로길이라고 한다. PT(m,n)은 노드수 10mn, 에지 수 20mn 그리고 분지수(degree) 4를 가지는 정규그래프(regular graph)이다. PT에서 단순 라우팅 알고리즘, 최적 라우팅 알고리즘, 해밀턴 사이클 알고리즘이 제안되었고, 지름, bisection width가 분석되었다. PT(m,n)는 m=n인 경우 지름이 n+4이고, bisection width가 n²+5n이다. 피터슨-토러스 PT는 같은 노드수를 가지는 메쉬 부류인 토러스, 허니콤브 메쉬, 다이아고날 메쉬, 육사고날 토러스 보다 망비용(network cost)과 bisection width가 우수하고 간단한 라우팅 알고리즘을 갖는다[23].

2.2 토러스(메쉬)

토러스는 메쉬에 랩어라운드(wraparound) 에지를 추가한 연결망이다. m-차원 메쉬 M_m(N)는 N^m개의 노드와 mN^m-mN^{m-1}개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 m-차원 벡터로 표현될 수 있고, 임의의 두 노드의 주소가 한 개의 차원에서 1차이 날 때 그들 사이에 에지가 있다. i번째 차원이 다른 두 노드 사이의 에지들을 i-차원 에지라 할 때, 3-차원 메쉬 M₃(4)의 두 노드 (4,1,1)와 (4,1,2)은 3-차원 에지로 연결되어 있다. M_m(N)은 그래프의 곱을 이용하여 다음과 같이 정의될 수 있다.

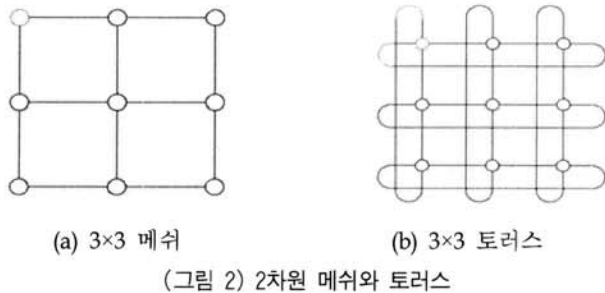
$$M_1(N) = \text{길이 } N \text{인 선형 배열}$$

$$M_m(N) = M_1(N) \times M_{m-1}(N)$$

여기에서 임의의 단순그래프 G와 H의 곱은 단순그래프 G × H로 나타내며, 노드들의 집합은 V(G)×V(H)이다. 이때 노드 (u,v)가 노드 (u',v')와 인접할 필요충분조건은 u=u'이고 vv'∈E(H)이거나, v=v'이고 uu'∈E(G)인 경우이다. 따라서 M_m(N)이 노드 중복 없는 N개의 M_{m-1}(N)을 부그래프로 가지는 것은 당연하다. M_m(N)는 m=1일 경우 선형 배열이고 N=2인 경우 하이퍼큐브이다. 본 논문에서는 2차원 토러스

스를 PT에 임베딩한다.

토러스는 메쉬의 행과 열들을 링 형태를 이루게 한 랩어라운드 에지를 추가하여 구성된 연결망이다. 예를 들어, 3×3 토러스에서 (0,2)와 (2,2)는 랩어라운드 에지로 연결되어 있다. $k \times n$ 으로 표현되는 토러스는 $k \times n$ 개의 노드와 $k(k-2)+n^2+k+n$ 개의 에지로 구성되며, 분지수는 4, 지름은 \sqrt{n} 이다. 토러스는 메쉬의 지름을 개선하였고, 메쉬의 변형된 연결망 중에서 지름이 우수하다.[17]



(그림 2) 2차원 메쉬와 토러스

2.3 허니컴브 메쉬

허니컴브 메쉬는 6각형을 이용하여 3가지 방법으로 만들 수 있는데, 방법에 따라 HHM(honeycomb hexagonal mesh), HRoM(honeycomb rhombic mesh), HReM(honeycomb rectangular mesh)이 있다. 각각은 분지수 3이고 랩어라운드 에지를 추가하면 허니컴브 토러스가 된다. HHM을 간단하게 허니컴브 메쉬(HM)라고 한다[4]. 허니컴브 메쉬 HM_t 는 $6t^2$ 개의 정점들과 $9t^2-3t$ 개의 에지들로 구성되며 $HM_t=(V_{hm}, E_{hm})$ 로 나타낸다. 허니컴브 메쉬 HM_t 의 정의는 다음과 같다.

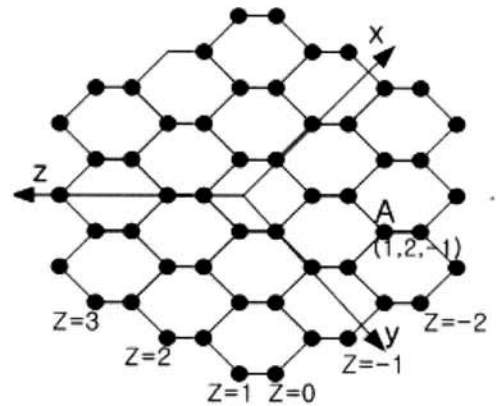
$$V_{hm}=\{(u,v,w)|(-t+1 \leq u,v,w \leq t, 1 \leq u+v+w \leq 2)\}$$

$$E_{hm}=\{((u,v,w),(u',v',w'))||u-u'|+|v-v'|+|w-w'|=1\}$$

허니컴브 메쉬 HM_n 를 만드는 방법은 다음과 같다. 하나의 육각형으로 HM_1 을 만든다. HM_2 는 HM_1 의 에지에 육각형을 추가하여 만든다. HM_3 은 HM_2 의 가장자리에 있는 에지에 육각형을 추가하여 만든다. 이와 같은 방법으로 HM_n 은 HM_{n-1} 의 가장자리에 있는 에지에 육각형을 추가하여 만든다. (그림 3)은 HM_3 을 보였다. HM의 주소할당 방법은 다음과 같다. (그림 3)에 보이는 것처럼 x, y, z축이 만나는 곳을 축의 시작으로 본다. 노드의 주소는 (u,v,w)와 같이 표시 하고 출발점으로부터 x축으로 처음 만나는 노드의 u값은 1이고 진행하면서 만나는 노드마다 그 이전 노드의 주소 값에서 $u=u+1$ 을 한다. 반대방향으로 진행하면서 처음 만나는 노드의 u의 값은 0이고 진행하면서 만나는 노드마다 그 이전 노드의 주소 값에서 $u=u-1$ 을 한다. y(v)축과 z(w)축에서도 x축에서와 같은 방법으로 주소를 할당한다. (그림 3)에 노드 A를 예로 표시하였다. z축과 직각으로 만나는 지그재그 형태로 놓인 노드들은 모두 w의 주소 값이 같다.

$u+v+w=1$ 일 때 노드 (u,v,w)와 인접한 노드들은 (u+1,v,w), (u,v+1,w), (u,v,w+1)이고 $u+v+w=2$ 일 때 노드 (u,v,w)와 인접한 노드들은 (u-1,v,w), (u,v-1,w), (u,v,w-1)이다[4].

3차원 허니컴브 메쉬 HM_3 은 54개의 노드와 72개의 에지로 구성되며, 분지수는 3, 지름은 11이다. 허니컴브 메쉬는 랩 어라운드 에지를 추가한 토러스 부류를 제외한 메쉬 부류의 지름을 개선하였고, 메쉬의 변형된 연결망 중에서 망 비용이 우수하다[4].



(그림 3) 3차원 허니컴브 메쉬 HM_3

3. 다른 연결망을 PT로 임베딩

그래프 G의 그래프 H에 대한 임베딩 f는 다음과 같이 정의되는 함수의 쌍(θ, ρ)을 말한다. θ 는 G의 정점 집합 $V(G)$ 를 H의 정점 집합 $V(H)$ 에 대응시키는 함수이고, ρ 는 G의 에지 $e=(v,w)$ 를 $\theta(v)$ 와 $\theta(w)$ 를 잇는 H상의 경로와 대응시키는 함수이다. $V(G)$ 를 $V(H)$ 에 사상할 때 $V(G)$ 의 하나의 노드가 $V(H)$ 의 하나의 노드에 사상되면 일대일 임베딩이라고 하고 $V(G)$ 의 하나의 노드가 $V(H)$ 의 여러 개의 노드에 사상되면 일대다 임베딩이라고 하고 $V(G)$ 의 여러 개의 노드가 $V(H)$ 의 하나의 노드에 사상되면 다대일 임베딩이라고 한다. $V(G)$ 의 모든 노드가 임베딩에 참여해야 하므로 확장율 e가 1보다 적으면 다대일 임베딩만 가능하다. 다대일 임베딩에서 임베딩 함수 f에 의해서 H의 임의의 하나의 노드로 사상되는 G의 노드의 수의 최대값을 f의 부하계수 l 이라고 하고, 부하계수가 크면 하나의 프로세서에서 많은 작업이 이루어지므로 효율적이지 못하다. 확장율 e가 1보다 같거나 크면 일대일 임베딩이나 일대다 임베딩이 가능하다. 일대다 사상은 연장율과 프로세서의 작업량을 줄여주는 효과가 있지만 프로세서가 낭비될 위험이 있다. 본 논문에서는 프로세서 부하가 크거나 프로세서의 낭비 위험이 없는 일대일 임베딩 알고리즘을 제안한다.

3.1 토러스(메쉬)를 PT로 임베딩

토러스를 PT에 임베딩 하는 기본전략은 5×2 메쉬를 PT

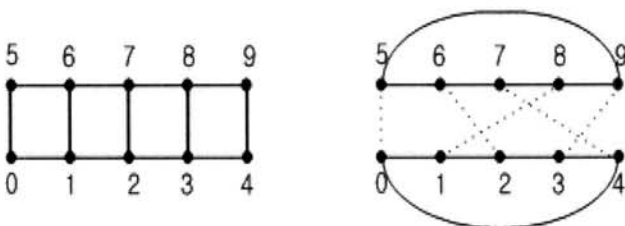
의 기본모듈에 사상하는 것이다. (그림 5)의 (a)는 8×5 토러스를 5×2 메쉬 단위로 쪼개어 놓은 그림이다. $j \times k$ 토러스 $T(j,k)$ 는 jk 개의 정점들과 $2jk$ 개의 에지들로 구성되며 $T(j,k) = (V_i, E_i)$ 로 정의한다. 토러스 $T(j,k)$ 의 정의는 아래와 같다. 에지 정의에서 '/'는 나머지 연산자이다.

$$V_i = \{(a,b) | (0 \leq a < j, 0 \leq b < k)\}$$

$$E_i = \{((a,b), ((a \pm 1 + j)/j, b)), ((a,b), (a, (b \pm 1 + k)/k)) | (0 \leq a < j, 0 \leq b < k)\}$$

보조정리 1. 5×2 메쉬는 피터슨 그래프에 연장율 2, 밀집율 2 그리고 확장율 1에 임베딩 가능하다.

[증명] (그림 4)에서 5×2 메쉬의 노드를 메쉬의 주소와 같은 주소를 가진 피터슨 그래프의 노드로 일대일 사상하면 확장율 1에 사상된다. 5×2 메쉬의 노드 주소를 a 라고 하면, 5×2 메쉬의 $(a, a+1)$ 에지들이 사상된 피터슨 그래프의 경로의 최대 길이는 1이다($0 \leq a \leq 9$). 5×2 메쉬의 $(a, a+5)$ 에지들이 사상된 피터슨 그래프의 경로길이는 에지 (0, 5)에서 경로길이 1이고, 나머지 에지에서 사상된 피터슨 그래프의 경로길이는 2이다. 5×2 메쉬의 에지 (1, 6), (2, 7), (3, 8), (4, 9)들이 사상된 피터슨 그래프의 경로를 보면, 경로길이는 2이고 피터슨 그래프의 에지 (1, 2), (6, 7), (2, 6), (3, 4), (8, 9), (3, 9)에서 밀집율이 2이다. □



(a) 5×2 메쉬 (b) 피터슨 그래프의 서브 그래프
(그림 4) 5×2 메쉬를 피터슨 그래프에 사상

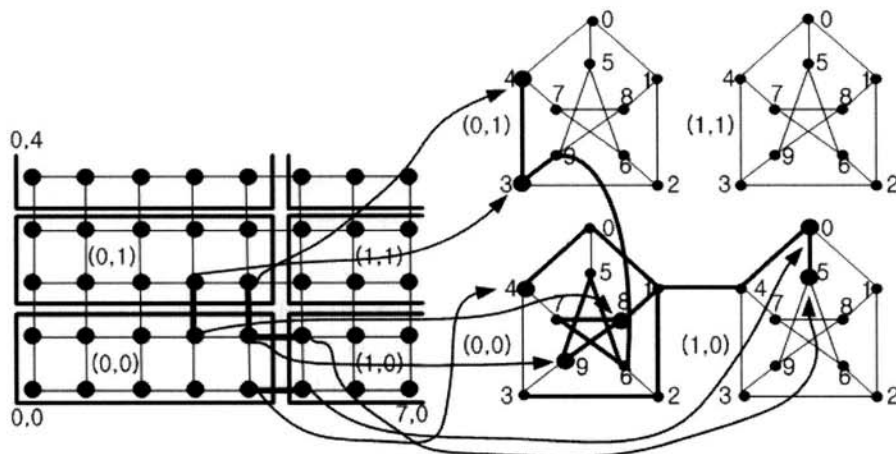
정리 2. 토러스 $T(5m, 2n)$ 는 $PT(m, n)$ 에 연장율 5, 밀집율 5 그리고 확장율 1에 임베딩 가능하다.

[증명] 토러스 $T(5m, 2n)$ 의 노드수는 $10mn$ 이고 $PT(m, n)$ 의 노드수는 $10mn$ 이다. 그러므로 확장율 1에 임베딩 가능하다. 토러스의 노드를 (a, b) 라고 한다($0 \leq a < 5m, 0 \leq b < 2n$). 토러스의 노드 (a, b) 를 PT의 노드 $(\lfloor \frac{a}{5} \rfloor, \lfloor \frac{b}{2} \rfloor, p)$ 에 사상한다. (그림 5)의 (a)에서 네모박스 안의 10개의 토러스의 노드들을 토러스 기본모듈이라고 하고 PT의 기본모듈로 사상한다. (숫자, 숫자)로 표시된 주소가 토러스의 기본모듈이 사상될 PT의 기본모듈의 주소이다. 보조정리 1과 같이 토러스 기본모듈의 10개 노드들은 PT 기본모듈의 10개 노드로 사상은데, 그 주소 p 는 다음과 같다. b 가 짝수이면 $p = (a/5)$ 이고, b 가 홀수이면 $p = (a/5) + 5$ 이다. 수식에서 '/'는 나머지 연산자이다.

토러스 기본모듈을 PT 기본모듈로 사상하는 것은 보조정리 1의 증명에 보였으므로 토러스의 기본모듈과 기본모듈을 연결하는 에지의 사상에 대해 살펴본다. 토러스의 기본모듈과 기본모듈사이의 에지는 두 가지로 구분할 수 있는데, b 가 홀수 일 경우 에지 $((a, b), (a, b+1))$ 와 $a/5=4$ 일 경우 에지 $((a, b), (a+1, b))$ 가 있다. $x = \lfloor \frac{a}{5} \rfloor, y = \lfloor \frac{b}{2} \rfloor$ 라고 한다.

경우 1. b 가 홀수 일 경우

b 가 홀수 일 경우 토러스의 에지 $((a, b), (a, b+1))$ 의 노드 (a, b) 는 PT의 노드 $(x, y, (a/5) + 5)$ 에 사상되고, 노드 $(a, b+1)$ 는 PT의 노드 $(x, y+1, a/5)$ 에 사상된다. $a/5$ 가 0일 때 토러스의 에지 $((a, b), (a, b+1))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x, y, 5), (x, y, 6), (x, y+1, 9), (x, y+1, 5), (x, y+1, 0)$ 이고 경로길이는 4이다. $a/5$ 가 1일 때 토러스의 에지 $((a, b), (a, b+1))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x, y, 6), (x, y+1, 9), (x, y+1, 8), (x, y+1, 1)$ 이고 경로길이는 3이다. $a/5$ 가 2일 때 토러스의 에지 $((a, b), (a, b+1))$ 가 사상되는



(a) 토러스 (b) 피터슨-토러스
(그림 5) 토러스를 PT에 임베딩

PT의 경로는 $(x,y,7), (x,y,6), (x,y+1,9), (x,y+1,3), (x,y+1,2)$ 이고 경로길이는 4이다. $a/5$ 가 3일 때 토러스의 에지 $((a,b),(a,b+1))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,8), (x,y,7), (x,y,6), (x,y+1,9), (x,y+1,3)$ 이고 경로길이는 4이다. $a/5$ 가 4일 때 토러스의 에지 $((a,b),(a,b+1))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,9), (x,y,5), (x,y,6), (x,y+1,9), (x,y+1,3), (x,y+1,4)$ 이고 경로길이는 5이다. 따라서 토러스의 에지 $((a,b),(a,b+1))$ 는 연장을 5에 임베딩 가능하다. 토러스의 에지 $((a,b),(a,b+1))$ 가 사상되는 PT의 5개의 경로는 모두 에지 $((x,y,6), (x,y+1,9))$ 를 포함하므로 밀집을 5에 임베딩 가능하다.

경우 2. $a/5=4$ 인 경우

b 가 짝수이고 $a/5=4$ 인 경우 토러스의 에지 $((a,b), (a+1,b))$ 의 노드 (a,b) 는 PT의 노드 $(x,y,4)$ 에 사상되고, 노드 $(a+1,b)$ 는 PT의 노드 $(x+1,y,0)$ 에 사상된다. 토러스의 에지 $((a,b),(a+1,b))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,4), (x,y,0), (x,y,1), (x+1,y,4), (x+1,y,0)$ 이고 경로길이는 4이다. $a/5=4$ 이고 b 가 홀수 일 경우 토러스의 에지 $((a,b),(a+1,b))$ 의 노드 (a,b) 는 PT의 노드 $(x,y,9)$ 에 사상되고, 노드 $(a+1,b)$ 는 PT의 노드 $(x+1,y,5)$ 에 사상된다. 토러스의 에지 $((a,b), (a+1,b))$ 가 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,9), (x,y,8), (x,y,1), (x+1,y,4), (x+1,y,0), (x+1,y,5)$ 이고 경로길이는 5이다. 따라서 토러스의 에지 $((a,b), (a+1,b))$ 는 연장을 5에 임베딩 가능하다. 토러스의 에지 $((a,b), (a+1,b))$ 에 대응하는 PT의 2개의 경로는 모두 에지 $((x,y,1), (x+1,y,4))$ 를 포함하므로 밀집을 2에 임베딩 가능하다. □

따름정리 3 토러스 $T(5m,2n)$ 는 $PT(m,n)$ 에 평균연장을 3 이하에 임베딩 가능하다.

[증명] 토러스의 모든 기본모듈에서 PT 기본모듈로 임베딩하는 연장이 같고 토러스의 기본모듈사이의 에지들도 연장이 같으므로 기본모듈 하나의 연장을 평균이 전체 평균이다. 보조정리 1의 증명에 의해서 토러스의 기본모듈에 있는 11개의 에지는 PT에 연장을 1에 임베딩 되고, 4개의 에지는 PT에 연장을 2에 임베딩 된다. 정리 2의 증명에 의해서 토러스의 기본모듈 사이의 1개의 에지는 PT에 연장을 3에 임베딩 되고, 4개의 에지는 연장을 4에 임베딩 되고, 2개의 에지는 연장을 5에 임베딩 된다. 따라서 평균 연장은 2.2이므로, 3 이하에 임베딩 가능하다. □

예를 들어, (그림 5)와 같이 토러스의 노드 $(4,1)$ 은 PT의 노드 $(0,0,9)$ 에 사상되고 토러스의 노드 $(4,2)$ 는 PT의 노드 $(0,1,4)$ 에 사상된다. 토러스의 에지 $((4,1), (4,2))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(0,0,9), (0,0,5), (0,0,6), (0,1,9), (0,1,3), (0,1,4)$ 이고 길이는 5이다. 토러스의 5개의 노드 $(0,1), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1)$ 과 5개의 노드 $(0,2), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2)$ 를 각각 순서대로 연결하는 5개의 에지들이 사상되는 PT의 5개

의 경로들은 모두 PT의 에지 $((0,0,6), (0,1,9))$ 를 포함한다.

3.2 허니컴브 메쉬 HM 를 피터슨-토러스 PT로 임베딩

허니컴브 메쉬를 PT에 임베딩하는 기본전략은 허니컴브 메쉬의 8개의 노드를 PT의 기본모듈에 사상하는 것이다. (그림 7)의 (a)는 4차원 허니컴브 메쉬를 8개의 노드 단위로 쪼개어 놓은 그림이다. 8개의 노드로 구성된 조각을 허니컴브 메쉬의 기본모듈이라고 한다.

보조정리 4. 허니컴브 메쉬 HM 의 기본모듈은 피터슨 그래프에 연장을 2, 밀집을 2 그리고 확장을 $\frac{5}{4}$ 에 임베딩 가능하다.

[증명] (그림 6)의 (a)는 HM 의 부분 그래프이고 HM 기본모듈이다. 이 기본모듈의 노드를 노드주소와 같은 주소를 가진 피터슨 그래프의 노드로 일대일 사상하면 확장을 $\frac{5}{4}$ 에 사상된다. HM 기본모듈의 노드 주소를 a 라고 한다($0 \leq a \leq 8$). HM 기본모듈의 $(a, a+1)$ 에지들이 사상된 피터슨 그래프의 경로길이는 1이다. HM 기본모듈의 에지 $(1, 6)$ 은 피터슨 그래프에서 경로 $(1, 2), (2, 6)$ 에 사상되고 연장을 2이다. HM 기본모듈의 에지 $(3, 8)$ 은 피터슨 그래프에서 경로 $(3, 9), (9, 8)$ 에 사상되고 연장을 2이다. 피터슨 그래프의 에지 $(1, 2)$ 와 $(8, 9)$ 에서 밀집율은 2이다. □

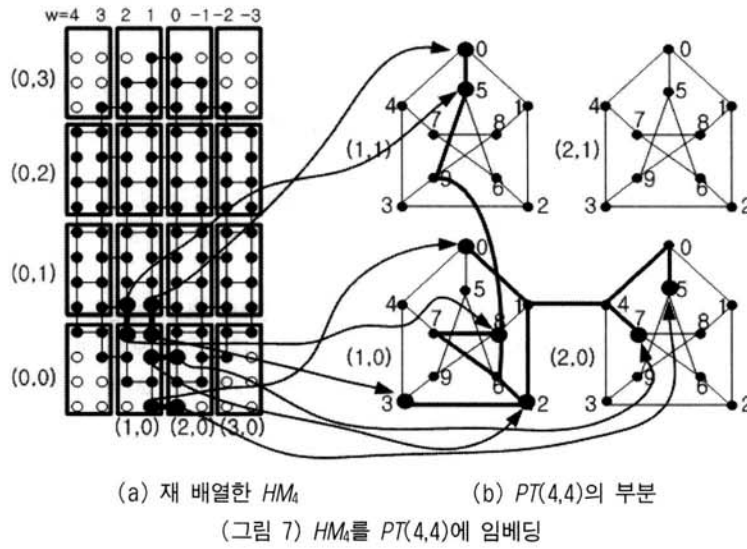


(a) HM 의 기본모듈 (b) 피터슨 그래프의 서브 그래프

(그림 6) HM 의 기본모듈을 피터슨 그래프에 사상

정리 5 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n,n)$ 에 연장을 5, 밀집을 2 그리고 확장을 $\frac{5}{3}$ 에 임베딩 가능하다(단 n 은 짝수).

[증명] HM_n 의 노드수는 $6n^2$ 이고 $PT(n,n)$ 의 노드수는 $10n^2$ 이다. 그러므로 확장을 $\frac{5}{3}$ 이다. 허니컴브 메쉬(그림 3)에서 같은 $w(=z)$ 를 갖는 노드들을 수직으로 세우면 (그림 7)의 (a)와 같다. HM 노드의 주소를 (u,v,w) 로 표시한다. (그림 7)의 (a)에서 각 열의 노드수는 $4n-1$ 이다. 검은색 노드는 HM 의 노드이고, 흰색노드는 가상의 노드이다. $bu=-n+1-\lfloor \frac{w}{2} \rfloor, bv=n-\lfloor \frac{w}{2} \rfloor, k=n-w$ 라고 한다. 맨 아래쪽에 위치한 모든 노드의 주소는 (bu,bv,w) 이다($-n+1 \leq w \leq n$). (그림 7)의 (a)에서 w 가 1일 때 맨 아래쪽에 위치한 노드의 주소는



$(-3,4,1)$ 이고, w 가 0일 때 맨 아래쪽에 위치한 노드의 주소는 $(-3,4,0)$ 이다. k 가 홀수 일 때 노드의 주소는 아래쪽에서 위로 올라가는 방향으로 맨 아래쪽 노드 주소에서 $v=v-1$ 을 한 노드 주소가 다음 노드 주소가 되고, 그 노드 주소로부터 $u=u+1$ 을 한 노드 주소가 그 다음 노드 주소가 된다. 이 과정을 반복하여 다음 노드의 주소를 얻는다. k 가 짝수 일 때 노드의 주소는 아래쪽에서 위로 올라가는 방향으로 맨 아래쪽 노드 주소에서 $u=u+1$ 을 한 노드 주소가 다음 노드 주소가 되고, 그 노드 주소로부터 $v=v-1$ 을 한 노드 주소가 그 다음 노드 주소가 된다. 이 과정을 반복하여 다음 노드의 주소를 얻는다.

HM의 노드 (u,v,w) 를 PT의 노드 (x,y,p) 에 다음과 같이 사상한다. $x = \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ 이다. k 가 홀수일 경우 $y = \lfloor \frac{u-bv}{2} \rfloor$ 이고, k 가 짝수일 경우 $y = \lfloor \frac{bv-v}{2} \rfloor$ 이다. (그림 7)에서 (숫자, 숫자)로 표시된 주소가 HM의 기본모듈이 사상될 PT의 기본모듈의 주소이다. HM의 기본모듈에 있는 8개의 노드를 PT의 기본모듈이 사상하는 방법은 다음과 같다. 아래의 식에서 ‘/’는 나머지 연산자이다.

k 가 홀수 일 경우

$(u-bv) / 2 = 0$ 일 경우 $(bv-v) / 2 = 0$ 이면 $p=0$ 이고, $(bv-v) / 2 = 1$ 이면 $p=1$ 이다.

$(u-bv) / 2 = 1$ 일 경우 $(bv-v) / 2 = 1$ 이면 $p=2$ 이고, $(bv-v) / 2 = 0$ 이면 $p=3$ 이다.

k 가 짝수 일 경우

$(bv-v) / 2 = 0$ 일 경우 $(u-bv) / 2 = 0$ 이면 $p=5$ 이고, $(u-bv) / 2 = 1$ 이면 $p=6$ 이다.

$(bv-v) / 2 = 1$ 일 경우 $(u-bv) / 2 = 1$ 이면 $p=7$ 이고, $(u-bv) / 2 = 0$ 이면 $p=8$ 이다. 이 방법은 (그림 6)의 임베딩 방법을 HM의 주소를 이용해서 사상한 것이다.

HM의 기본모듈을 PT의 기본모듈로 사상하는 것은 보조 정리 4에 의해서 증명되었으므로, HM의 기본모듈 사이의 에지의 사상에 대해 살펴본다. HM의 기본모듈 사이의 에지는 네 가지로 구분할 수 있다. 첫째, (k 는 홀수, $(u-bv)/2=0$, $(bv-v)/2=0$)의 3가지 조건을 만족하는 경우 HM의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 가 있다. 둘째, (k 는 홀수, $(u-bv)/2=1$, $(bv-v)/2=1$)의 3가지 조건을 만족하는 경우 HM의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 가 있다. 셋째 (k 는 홀수, $(u-bv)/2=1$, $(bv-v)/2=0$)의 3가지 조건을 만족하는 경우 HM의 에지 $((u,v,w), (u+1,v,w))$ 가 있다. 넷째 (k 는 짝수, $(u-bv)/2=0$, $(bv-v)/2=1$)의 3가지 조건을 만족하는 경우 HM의 에지 $((u,v,w), (u,v-1,w))$ 가 있다. 전자 두 개의 에지는 (그림 7)의 (a)에서 PT의 기본모듈 (1,0)에 사상되는 HM의 기본모듈과 PT의 기본모듈 (2,0)에 사상되는 HM의 기본모듈사이의 에지이고, 후자 두개의 에지는 PT의 기본모듈 (1,0)에 사상되는 기본모듈과 PT의 기본모듈 (1,1)에 사상되는 HM의 기본모듈 사이의 에지이다.

경우 1. (k 는 홀수, $(u-bv)/2=0$, $(bv-v)/2=0$)의 3가지 조건을 만족하는 경우

위의 3가지를 만족하는 경우는 (그림 7)의 (a)에서 HM의 기본모듈과 이웃한 오른쪽 기본모듈사이의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 를 말한다. k 가 홀수 일 경우 HM의 노드 (u,v,w) 가 PT의 기본모듈 (x,y) 에 사상된다고 가정하면, HM의 노드 $(u,v,w-1)$ 은 PT의 기본모듈 $(x+1,y)$ 에 사상된다. k 가 홀수, $(u-bv)/2=0$, $(bv-v)/2=0$ 인 경우 노드 (u,v,w) 는 PT의 노드 $(x,y,0)$ 에 사상되고 노드 $(u,v,w-1)$ 은 PT의 노드 $(x+1,y,5)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,0), (x,y,1), (x+1,y,4), (x+1,y,0), (x+1,y,5)$ 이고 경로길이는 4이다.

경우 2. (k 는 홀수, $(u-bv)/2=1$, $(bv-v)/2=1$)의 3가지 조건을

만족하는 경우

위의 3가지를 만족하는 경우는 (그림 7)의 (a)에서 HM의 기본모듈과 이웃한 오른쪽 기본모듈사이의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 를 말한다. k 가 홀수 일 경우 HM의 노드 (u,v,w) 가 PT의 기본모듈 (x,y) 에 사상된다고 가정하면, HM의 노드 $(u,v,w-1)$ 은 PT의 기본모듈 $(x+1,y)$ 에 사상된다. k 가 홀수, $(u-bu)/2=1$, $(bv-v)/2=1$ 인 경우 노드 (u,v,w) 는 PT의 노드 $(x,y,2)$ 에 사상되고 노드 $(u,v,w-1)$ 은 PT의 노드 $(x+1,y,7)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,2), (x,y,1), (x+1,y,4), (x+1,y,7)$ 이고 경로길이는 3이다.

경우 3. (k 는 홀수, $(u-bu)/2=1$, $(bv-v)/2=0$)의 3가지 조건을 만족하는 경우

위의 3가지를 만족하는 경우는 (그림 7)의 (a)에서 HM의 기본모듈과 이웃한 위의 기본모듈사이의 에지 $((u,v,w), (u+1,v,w))$ 를 말한다. k 가 홀수 일 경우 HM의 노드 (u,v,w) 가 PT의 기본모듈 (x,y) 에 사상된다고 가정하면, HM의 노드 $(u+1,v,w)$ 은 PT의 기본모듈 $(x,y+1)$ 에 사상된다. k 가 홀수, $(u-bu)/2=1$, $(bv-v)/2=0$ 인 경우 노드 (u,v,w) 는 PT의 노드 $(x,y,3)$ 에 사상되고 노드 $(u+1,v,w)$ 은 PT의 노드 $(x,y+1,0)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((u,v,w), (u+1,v,w))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,3), (x,y,2), (x,y,6), (x,y+1,9), (x,y+1,5), (x,y+1,0)$ 이고 경로길이는 5이다.

경우 4. (k 는 짝수, $(u-bu)/2=0$, $(bv-v)/2=1$)의 3가지 조건을 만족하는 경우

위의 3가지를 만족하는 경우는 (그림 7)의 (a)에서 HM의 기본모듈과 이웃한 위의 기본모듈사이의 에지 $((u,v,w), (u,v-1,w))$ 를 말한다. k 가 짝수 일 경우 HM의 노드 (u,v,w) 가 PT의 기본모듈 (x,y) 에 사상된다고 가정하면, HM의 노드 $(u,v-1,w)$ 은 PT의 기본모듈 $(x,y+1)$ 에 사상된다. k 가 짝수, $(u-bu)/2=0$, $(bv-v)/2=1$ 인 경우 노드 (u,v,w) 는 PT의 노드 $(x,y,8)$ 에 사상되고 노드 $(u,v-1,w)$ 은 PT의 노드 $(x,y+1,5)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((u,v,w), (u,v-1,w))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(x,y,8), (x,y,7), (x,y,6), (x,y+1,9), (x,y+1,5)$ 이고 경로길이는 4이다.

경우 1과 경우 2에 의해서 HM의 에지 $((u,v,w), (u,v,w-1))$ 는 PT에 연장을 4에 임베딩 가능하고, 경우 3에 의해서 HM의 에지 $((u,v,w), (u+1,v,w))$ 는 PT의 연장을 5에 임베딩 가능하고, 경우 4에 의해서 HM의 에지 $((u,v,w), (u,v-1,w))$ 는 PT에 연장을 4에 임베딩 가능하다. 보조정리 4에 의해서 HM의 기본모듈은 PT의 기본모듈에 연장을 2에 임베딩 가능하므로 HM은 PT에 연장을 5에 임베딩 가능하다.

보조정리 4에 의해서 HM의 기본모듈은 밀집을 2에 PT의 기본모듈이 사상되고 경우 1, 경우 2에 해당하는 두 개의

에지에 대응하는 PT의 경로는 에지 $((x,y,1), (x+1,y,4))$ 를 포함하고, 경우 3, 경우 4에 해당하는 두 개의 에지에 대응하는 PT의 경로는 에지 $((x,y,6), (x,y+1,9))$ 를 포함하므로 HM는 PT에 밀집을 2에 임베딩 가능하다. □

따름정리 6 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n,n)$ 에 평균 연장을 3이하에 임베딩 가능하다.

[증명] HM의 모든 기본모듈에서 PT로 임베딩 연장이 같으므로 하나의 기본모듈 평균이 전체 평균이다. 보조정리 4의 증명에 의해서 HM의 기본모듈에 있는 6개의 에지는 PT에 연장을 1에 임베딩 되고, 2개의 에지는 PT에 연장을 2에 임베딩 된다. 정리 5의 증명에 의해서 HM의 기본모듈 사이의 1개의 에지는 PT에 연장을 3에 임베딩 되고, 1개의 에지는 PT에 연장을 5에 임베딩 되고, 2개의 에지는 연장을 4에 임베딩 된다. 따라서 평균 연장은 3 이하에 임베딩 가능하다. □

예를 들어, (그림 7)과 같이 HM의 노드 $(-3,4,1)$ 은 PT의 노드 $(1,0,0)$ 에 사상되고 HM의 노드 $(-3,4,0)$ 는 PT의 노드 $(1,1,5)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((-3,4,1), (-3,4,0))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(1,0,0), (1,0,1), (1,1,4), (1,1,0), (1,1,5)$ 이고 길이는 4이다. HM의 노드 $(-2,3,1)$ 은 PT의 노드 $(1,0,2)$ 에 사상되고 HM의 노드 $(-2,3,0)$ 는 PT의 노드 $(1,1,7)$ 에 사상된다. HM의 에지 $((-2,3,1), (-2,3,0))$ 에 사상되는 PT의 경로는 $(1,0,2), (1,0,1), (1,1,4), (1,1,7)$ 이고 길이는 3이다. 이 HM의 두개의 에지가 사상되는 PT의 경로는 모두 에지 $((1,0,1), (1,1,4))$ 를 경유한다.

4. 결 론

상호연결망 간의 임베딩은 설계된 병렬 알고리즘을 재사용할 수 있게 하는 의미 있는 작업이다. 널리 알려지고 상용화된 토러스와 허니컴브 메쉬 네트워크를 연장과 밀집을 5이하에 PT에 임베딩 함으로써 워홀 라우팅 방식과 store-and-forward 방식 모두에서 임베딩 알고리즘이 사용 가능하다. 또한 일대일 임베딩을 함으로써 프로세서 작업 처리량을 최소화 하였다. 토러스 $T(5m,2n)$ 는 $PT(m,n)$ 에 연장을 5, 밀집을 5 그리고 확장을 1에 임베딩 가능함을 보였고, 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n,n)$ 에 연장을 5, 밀집을 2 그리고 확장을 $\frac{5}{3}$ 에 임베딩 가능함을 보였다. 추가로 토러스와 허니컴브 메쉬를 PT에 평균 연장을 3이하에 임베딩 가능함을 보였다. 역으로 PT 네트워크에서 개발된 알고리즘을 다른 연결망에서 사용할 수 있도록 PT 네트워크를 다른 연결망에 임베딩 하는 것은 더 연구해볼만한 가치가 있다.

참 고 문 헌

[1] S. Bettayeb and B. Cong and M. Girou and I. H. Sudborough, "Embedding Star Networks into Hypercubes," IEEE trans. comput., Vol.45, No.2, pp.186-194, Feb., 1996.

[2] M. Hamdi and S. W. Song, "Embedding Hierarchical Hypercube Networks into the Hypercube," IEEE trans. on Parallel and Distributed Systems, Vol.8, No.9, pp.987-902, Sep., 1997.

[3] X. Shen and W. Liang and Q. Hu, "On Embedding Between 2D Meshes of the Same Size," IEEE trans. comput., Vol.46, No.8, pp.880-889, Aug., 1997.

[4] I. Stojmenovic, "Honeycomb Network: Topological Properties and Commnication Algorithms," IEEE trans. on Parallel and Distributed Systems, Vol.8, No.10, pp.1036-1042, Oct., 1997.

[5] S. K. Das and A. K. Banerjee "Embeddings into Hyper Petersen networks: yet another hypercube-like interconnection Topology," VLSI Design, Vol.2, No.4, pp.335-351, 1995.

[6] C. H Kim, J. Choi and H.S. Lim, "Embedding Full Ternary Trees into Recursive Circulants," EurAsia-ICT2002, LNCS 2510, pp.874-882, 2002.

[7] S. Y. Hsieh, "Embedding of Cycles in the Faulty Hypercube," ACSAC2005, LNCS 3740, pp229-235, 2005.

[8] S. Y. Hsieh, G. H. Chen and C. W. Ho, "Embed longest rings onto star graphs with vertex fault," Proceedings of the International Conference on Parallel Processing, 1998, pp.140-147, 1998.

[9] P. F. Cortese and G. D. Battista, "On Embedding a Cycle in a Plane Graph," GD2005, LNCS 3843, pp.49-60, 2005.

[10] S. Bezrukov, "Embedding complete trees into the Hypercube," Discrete Applied Mathematics, Vol.100, No.2-3, pp.101-119, 2001.

[11] J. H. Park, H. S. Lim and H. C. Kim, "Embedding Starlike Trees into Hypercube-Like Interconnection Networks," ISPA 2006 Ws, LNCS 4331, pp.301-310, 2006.

[12] K. Li, "On the Performance of Randomized Embedding of Reproduction Trees in Static Networks," International Journal of Parallel Programming, Vol.31, No.5, pp.393-406, Oct., 2003.

[13] K. Li, "Comparative Performance Evaluation of a Random-Walk-Based Algorithm for Embedding Dynamically Evolving Trees in Hypercubic Networks," Computation and Concurrency:Practice and Experience, Vol.15, 2003.

[14] D. K. Saikia, R. Badrinath and R. K. Sen, "Embedding Torus on the Star Graph," IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, Vol.9, No.7, pp.650-663, JULY 1998.

[15] Z. Miller, D. Pritikin, I.H. Sudborough, "Near Embeddings of Hypercubes into Cayley Graphs on the Symmetric Group," IEEE Transactions on Computers, Vol.43, No.1, pp.13-22, Jan., 1994.

[16] M. Y. Chan, F. Y. L. Chin, "On Embedding Rectangular Grids in Hypercubes," IEEE Transactions on Computers, Vol.37, No.10, pp.1285-1288, Oct., 1988.

[17] K. W. Tang and S. A. Padubidri, "Diagonal and toroidal Mesh Networks," IEEE trans. comput., Vol.43, No.7 pp.815-826, Jul., 1994.

[18] J. A. Ellis, "Embedding Rectangular Grids into Square Grids," IEEE Transactions on Computers, Vol.40, No.1, pp.46-52, Jan., 1991.

[19] J. A. Ellis, "Embedding grids into grids: techniques for large compression ratios," Networks, Vol.27, pp.1-17, 1996.

[20] S. H. S. Huang, H. Liu, and R. M. Verma, "On embedding rectangular meshes into rectangular meshes of smaller aspect ratio," Information Processing Letters, 63, pp.123-129, 1997.

[21] S. Y. Kim, J. Hur, "An Approach for Torus Embedding," proc of international conference on parallel processing, pp.301-306, Sep., 1999.

[22] X. Yang, Y.Y. Tang, J. Cao, "Embedding torus in hexagonal honeycomb torus," IET Computers & Digital Techniques, Vol.2, pp.86-93, Mar., 2008.

[23] 서정현, 이형욱, 장문석, "멀티컴퓨팅 시스템을 위한 피터슨-토러스(PT) 네트워크", 정보과학회 논문지 제35권 6호, 2008년 6월.

서 정 현



e-mail : jhseo@sunchon.ac.kr
 1998년 2월 순천대학교 컴퓨터과학과 (학사)
 2000년 9월~2003년 8월 순천대학교 정보전산원 조교수
 2002년 2월 순천대학교 컴퓨터과학과 (석사)

2002년 3월~현재 순천대학교 컴퓨터과학과 박사과정
 관심분야 : 상호연결망, 인공지능



이 형 옥

e-mail : oklee@sunchon.ac.kr

1994년 2월 순천대학교 전산학과(학사)

1996년 2월 전남대학교 전산통계학과
(석사)

1999년 2월 전남대학교 전산통계학과
(박사)

1999년 10월~2002년 2월 한국정보사회진흥원(선임연구원)

2006년 1월~2007년 7월 University of Texas at Dallas
(방문교수)

2002년 3월~현 재 순천대학교 컴퓨터교육과 교수

관심분야 : 알고리즘, 병렬처리, 상호연결망



장 문 석

e-mail : jang@sunchon.ac.kr

1983년 광운대학교 전자계산학과(이학사)

1985년 광운대학교 전자계산학과
(이학석사)

1995년 광운대학교 전자계산학과
(이학박사)

1988년~현 재 순천대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수

관심분야 : 인공지능, GIS, 병렬컴퓨터