

에지 검출을 위한 통계적 검정법

임 동 훈[†] · 성 신 희^{††}

요 약

본 논문에서는 비모수적인 Wilcoxon 검정법과 모수적인 Z 검정법에 기초한 두 가지 통계적 검정법을 사용하여 에지를 검출하였다. 에지 존재 유무를 결정하는데 임계값은 기존의 Bovik, Huang and Munson[4] 처럼 모든 가능한 검정통계량의 값을 고려하는 대신 유의수준 α 의해 결정하였다. 통계적 방법들의 에지 검출 성능을 Sobel 연산자와 비교해 본 결과 Z 방법은 잡음에 민감한 반면 Wilcoxon 방법은 잡음 영상과 잡음 없는 영상 모두에 대해 로버스트(robust)하게 반응함을 알 수 있었다. 또한, Wilcoxon 방법과 Z 방법 모두 잡음에 관계없이 Sobel 연산자보다 에지 검출이 잘 이루어짐을 알 수 있었다.

Statistical Tests for Edge Detection

Dong-Hoon Lim[†] · Sin-Hee Sung^{††}

ABSTRACT

In this paper we describe a nonparametric Wilcoxon test and a parametric Z test based on statistical hypothesis testing for the detection of edges. We use the threshold determined by specifying significance level α , while Bovik, Huang and Munson[4] consider the range of possible values of test statistics for the threshold. From the experimental results of edge detection, the Z method performs sensitively to the noisy image, while the Wilcoxon method is robust over both noisy and noise-free images. Comparison with our statistical tests and Sobel operator shows that our tests perform more effectively in both noisy and noise-free images.

1. 서 론

에지 검출은 대상물을 인식하는데 중요하다. 우리가 원하는 특정 대상물의 위치, 모양과 크기에 대한 정보 뿐 만 아니라 텍스처에 대한 정보를 에지를 통하여 얻을 수 있다. 영상에서 에지는 농도값(gray level 혹은 intensity)이 급격하게 변화되는 부분으로 물체와 물체, 물체와 배경의 경계부분이 에지라고 예상할 수 있으나 일반적으로 잡음이 포함된 자연 영상에서 에지 검출은 에지와 잡음이 모두 고주파 성분으로 인하여 가능한

잡음의 영향을 받지 않으면서 고주파 에지 정보만을 추출하는 것이 의외로 어려운 일이다.

지금까지 에지 검출 방법에 대한 연구는 활발히 진행되어 왔으나, 주로 미분이나 매칭 등 수학적 방법들이 대부분이다. 이 경우 복잡한 영상에서 대상물간 에지를 구별하는 것이 어려울 뿐 만 아니라 임계값(threshold)에 따라 에지가 달라지므로 임계값을 선정하는데 어려움이 있다. Jain [1], Haralick [2]과 Huang and Tseng [3]등은 에지 검출을 하는데 통계적 방법들을 사용하였다. Haralick은 세 개의 회귀계수들의 변화점(change-point) 문제와 관련된 sloped facet model을 사용하였으며 Huang and Tseng[3]은 평균들에 대한 변화점 모형을 사용하여 변화점에 의해 에지를 찾았다.

[†] 정회원 : 경상대학교 통계정보학과 교수

^{††} 준회원 : 경상대학교 대학원 통계학과

논문접수 : 1999년 2월 5일, 심사완료 : 2000년 2월 11일

그러나 이 방법들은 예지를 검출하는데 계산량이 많다는 단점이 있다. 또한 Bovik, Huang and Munson[4]는 예지 검출하는데 비모수적 Wilcoxon 방법과 메디안 (median) 방법 그리고 최소 제곱법에 기초한 모수적인 방법을 사용하였다. 그러나, 이들은 예지-높이(edge-height) 모수를 포함한 모형을 사용함으로써 실제 모형을 사용하여 예지를 검출하는데 어려움이 있고 또한 임계값을 모든 검정통계량의 값중에서 최대통계량 값의 일정 비율로 선택함으로써 영상에 따라 적절한 비율을 결정해야 하는 어려움이 있다. 본 논문에서는 잡음 영상과 잡음이 없는 영상에 대해 비모수적 방법중에서 일반적인 Wilcoxon 검정법과 모수적인 Z 검정법에 기초한 두 가지 통계적 방법들을 적용하여 예지를 검출하고자 한다. 유의수준(significance level) α 에 의해 고정된 임계값을 사용함으로써 Bovik, Huang and Munson[4]에서 처럼 적절한 모수를 결정하는 어려움을 해결하고자 한다. 따라서 제2절에서는 예지 검출에 사용된 Wilcoxon 방법과 Z 방법에 대해 구체적으로 논의하고 제3절에서는 앞에 논의된 방법들의 성능을 미분에 의한 Sobel 연산자와 비교하고 제4절에서 결론을 맺는다.

2. 예지 검출을 위한 통계적 방법들

우리는 인접한 두 개의 $n \times n$ 근방영역들 사이 농도값에 차이를 이용하여 예지 존재 유무를 결정하고자 한다. 여기서는 (그림 1)에서 볼 수 있듯이 $n=3$ 인 경우를 고려하였다. 본 논문에서는 수직 방향의 예지를 구하는데 국한하여 설명하였으며 최종 예지는 각각의 방향에서의 예지들이 "OR"로서 결정하였다.

(그림 1)에서 $A_L = \{X_1, \dots, X_N\}$, $A_R = \{X_{N+1}, \dots, X_{2N}\}$ 이라 하자. 여기서 $N=n^2$ 이고 첨자 L 과 R은 각각 왼쪽 근방과 오른쪽 근방을 나타낸다. 그리고 X_1, \dots, X_N 와 X_{N+1}, \dots, X_{2N} 은 A_L 과 A_R 에 대응되는 농도값들이다. 그러면 예지의 존재여부를 검정하기 위한 통계적 가설은 다음과 같이 세울 수 있다.

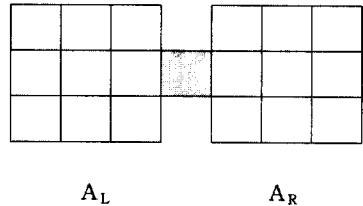
귀무가설 $H_0 : \mu_L = \mu_R$
 대립가설 $H_1 : \mu_L \neq \mu_R$

여기서 μ_L, μ_R 은 각각 왼쪽 근방영역과 오른쪽 근방영역의 농도값들에 대한 평균들이다.

우리는 앞으로 제안하는 검정통계량에 대해 H_0 을

기각하면 두 근방영역 사이의 화소에 예지가 있다고 결론을 내린다.

X_1, \dots, X_N 와 X_{N+1}, \dots, X_{2N} 은 각각 연속인 분포 $F_L(x) = F(x - \mu_L)$ 와 $F_R(x) = F(x - \mu_R)$ 로부터 확률 표본이라 하고 X_i ($i=1, \dots, N$) 와 X_j ($j=N+1, \dots, 2N$) 은 서로 독립이라 하자. 실제 $n \times n$ 근방 영역에 있는 X_i 혹은 X_j 들은 독립이기 보다 종속일 가능성이 많으나 문제를 단순화하기 위해 독립이라 가정한다.



(그림 1) 수직 예지 검출을 위한 두 개의 3x3 근방영역

2.1 Wilcoxon 방법

Wilcoxon 방법은 원래 두 개의 표본 위치문제(location problem)에서 가장 널리 사용하는 비모수적 방법이며 이 방법은 혼합표본(combined sample)에서 각 농도값들의 순위를 이용하는 방법이다[5, 6].

R_1, \dots, R_N 를 X_1, \dots, X_N 와 X_{N+1}, \dots, X_{2N} 의 혼합 표본에서 X_1, \dots, X_N 의 순위라 하자.

H_0 를 H_1 에 대하여 검정하는 통계량은 다음과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^N R_i$$

유의수준 α 에서 $W \geq w_{\alpha/2}$ 또는 $W \leq w_{1-\alpha/2}$ 이면 H_0 를 기각한다. 여기서 $w_{\alpha/2}$ 는 H_0 하에서 W 의 분포의 상위 $100 \cdot \alpha$ 백분위수를 나타낸다. N 이 충분히 크면 귀무가설 H_0 하에서 표준화된 W 통계량

$$Z_w = \frac{W - E_0(W)}{[Var_0(W)]^{1/2}}$$

을 이용하여 검정할 수 있다. 여기서 $E_0(W)$ 과 $Var_0(W)$ 은 H_0 하에서 W 의 평균과 분산이며 다음과 같다.

$E_0(W) = \frac{N(2N+1)}{2}$ 이고 $Var_0(W) = \frac{N^2(2N+1)}{12}$ 이다.

따라서 유의수준 α 에서 $|Z_W| \geq z_{\alpha/2}$ 이면 H_0 를 기각한다. 즉, 두 근방영역 사이의 화소에 에지가 있다고 결론을 내린다. 참고로, Bovik, Huang and Munson[4]은 $|W| \geq k \cdot \max W$ ($0 \leq k \leq 1$)이면 H_0 를 기각한다.

2.2 Z 방법

X_1, \dots, X_N 을 정규분포 $N(\mu_L, \sigma_L^2)$ 에서 추출한 확률 표본이라 하고, X_{N+1}, \dots, X_{2N} 을 정규분포 $N(\mu_R, \sigma_R^2)$ 에서 추출한 확률표본이라 하자. 그러면 H_0 를 H_1 에 대하여 검정하기 위한 Z-통계량은 다음과 같다.

$$Z = \frac{\overline{X}_L - \overline{X}_R}{[\frac{S_L^2}{N} + \frac{S_R^2}{N}]^{1/2}}$$

여기서 $\overline{X}_L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$, $\overline{X}_R = \frac{1}{N} \sum_{i=N+1}^{2N} X_i$ 이고 $S_L^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \overline{X}_L)^2$, $S_R^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=N+1}^{2N} (X_i - \overline{X}_R)^2$ 이다.

따라서 N 이 충분히 큰 경우 유의수준 α 에서 $|Z| \geq z_{\alpha/2}$ 이면 H_0 를 기각하고 두 근방영역 사이의 화소에 에지가 있다고 결론을 내린다.

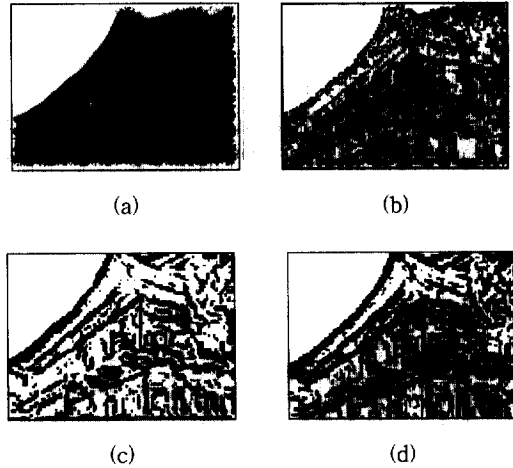
3. 에지 검출방법 비교

이 절에서는 앞에서 논의된 에지 검출 방법과 미분에 의한 Sobel 연산자의 에지 검출 성능을 비교하기 위해 $140 \times 101 \times 256$ 크기의 표본 영상(sample image)과 정규분포 $N(0, 100)$ 를 따르는 잡음을 추가하여 얻은 잡음영상을 가지고 실험하였다.

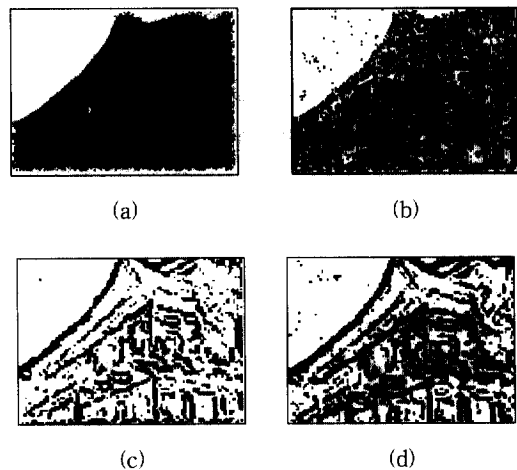
(그림 2)의 (a)는 잡음이 없는 원영상이고 (b)는 (a)에 임계값 80인 경우 Sobel 연산자를 적용하여 얻은 에지맵(edge map)이고 (c)는 (a)에 Wilcoxon 방법을 적용하여 얻은 에지맵 (d)는 (a)에 Z 방법을 적용하여 얻은 에지맵이다. (그림 3)은 잡음이 추가된 영상에 적용하여 얻은 결과들인데 (a)는 잡음 $N(0, 100)$ 이 추가된 잡음영상이고 (b), (c), (d)는 (a)에 Sobel 연산자, Wilcoxon 방법과 Z 방법을 각각 적용하여 얻은 에지맵들이다. 통계적인 검정법을 사용하는데 있어서 검정통계량들의 대표본 근사를 이용하였으며 유의수준 $\alpha = 0.0005$ 에서 검정하였다. 유의수준 α 를 작게 선택하면 영상에서 에지가 얇게 검출되는 반면 너무 크게 선택

하면 에지가 굵게 검출됨을 알 수 있다.

(그림 2)와 (그림 3)의 결과로부터 우리는 몇가지 특징을 알 수 있다. 잡음없는 영상에서는 모수적인 Z 방



(그림 2) (a)는 잡음이 없는 원영상이고 (b)는 (a)에 Sobel 연산자를 적용하여 얻은 에지 맵이고 (c)는 Wilcoxon 방법을 적용하여 얻은 에지 맵이고 (d)는 Z 방법을 적용하여 얻은 에지 맵이다.



(그림 3) (a)는 (그림 2) (a)에 잡음 $N(0, 100)$ 이 추가된 잡음영상이고 (b)는 잡음영상 (a)에 Sobel 연산자를 적용하여 얻은 에지 맵이고 (c)는 잡음영상 (a)에 Wilcoxon 방법을 적용하여 얻은 에지 맵이고 (d)는 (a)에 Z 방법을 적용하여 얻은 에지 맵이다.

법이 비모수적인 Wilcoxon 방법보다 에지들이 두껍고 진하게 검출되고 잡음 영상에서는 Z 방법이 Wilcoxon 방법보다 잡음이 많이 포함되어 있음을 알 수 있다. (그림 3)의 (d) 왼쪽 상단 배경부분과 건물에 두드러지게 잡음들이 많이 검출됨을 볼 수 있다. 이는 모수적인 Z 방법이 비모수적인 Wilcoxon 방법보다 잡음에 더 민감함을 보여준다. 반대로 Wilcoxon 방법은 잡음에 크게 방해 받지 않고 로버스트(robust)하게 반응함을 알 수 있다. 또한, Wilcoxon 방법과 Z 방법 모두 잡음에 관계없이 Sobel 연산자보다 에지 검출이 잘 이루어짐을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문은 통계학에서 널리 사용하는 비모수적인 Wilcoxon 방법과 모수적인 Z 방법을 사용하여 잡음 영상과 잡음이 없는 영상에서 대해 에지 검출방법을 논의하였다. 또한 유의수준 α 에 의해 고정된 임계값을 사용함으로써 지금까지 적절한 임계값을 결정하는 어려움을 해결하였다.

잡음 없는 영상에 Z 방법을 적용하였을 때 에지는 굵고 진하게 나타난 반면에 잡음영상에 대해서는 잡음에 민감하게 반응함을 알 수 있었다. Wilcoxon 방법은 잡음 있는 영상과 없는 영상 모두에 대해 큰 차이 없이 로버스트하게 반응함을 알 수 있었다. 또한, Wilcoxon 방법과 Z 방법 모두 잡음에 관계없이 Sobel 연산자보다 에지 검출이 잘 이루어짐을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Anil K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice-Hall International Inc. 1989
 [2] R. M. Haralick, "Edge and Region Analysis for

Digital Image Data," Computer Vision, Graphics, and Image Processing 12, pp.60-73, 1980

[3] Jun S. Huang and Dong H. Tseng, "Statistical Theory of Edge Detection," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 43, pp.337-346, 1988
 [4] Alan C. Bovik, Thomas S. Huang and David C. Munson, "Nonparametric Tests for Edge Detection in Noise," *Pattern Recognition*, Vol.19, No.3, pp.209-219, 1986
 [5] F. Wilcoxon, "Individual Comparisons by Ranking Methods," *Biometrics* 1, pp.80-83, 1945
 [6] R. V. Hogg and E. A. Tanis. *Probability and Statistical Inference*. Macmillan Publishing Company. 1993



임 동 훈

e-mail: dhlm@nongae.gsnu.ac.kr

1987년 부산대학교 계산통계학과 (학사)

1989년 부산대학교 대학원 계산 통계학과(이학석사)

1993년 부산대학교 대학원 통계학과(이학박사)

1994년~1996년 경상대학교 통계정보학과 전임강사

1996년~현재 경상대학교 통계정보학과 조교수

관심분야: 영상처리, 웹프로그래밍, 비모수통계학



성 신 희

e-mail : s_sungsh@gshp.gsnu.ac.kr

1998년 경상대학교 통계학과(학사)

1999년~2000년 경상대학교 대학원 통계학과(이학석사)

관심분야: 영상처리, 웹프로그래밍, 비모수통계학