등치선 삼각분할을 위한 띠 분할 알고리즘

최 영 규† · 조 태 훈††

요 약

등치선(wire-frame contour)으로 표현된 물체의 볼륨정보에서부터 3차원 표면을 재구성하는 것은 의료영상이나 컴퓨터 애니메이션등 다양한 분야에서 매우 중요한 문제이다. 본 논문에서는 물체의 표면 모델을 추출하기 위한 새로운 표면 삼각분할 알고리즘을 제안한다. 일반적으로 이 문제를 해결하기 위한 최적해 방법들은 처리 시간이 매우 많이 걸린다는 단점이 있으며, 경험적 방법들은 인접 등치선의 형태가 상이할 경우 매우 부자연스러운 표면을 만든다는 단점이 있다. 제안된 표면 삼각분할 알고리즘은 인접한 등치선 사이의 표면을 가상의 *띠(band)*로 생각하고, 이러한 띠를 연속적으로 분할하는 방법으로 표면 모델을 만들게 된다. 이 방법은 등치선의 "특이한" 부분들을 전역정보를 이용하여 우선적으로 처리하고 형태가 유사한 부분은 천천히 처리는 것을 특징으로 하는데, 기존의 경험적 모델링 방법들의 에러 파급 문제를 해결하고 자연스러운 모델을 만들 수 있으며, 최적해 방식에 비해 처리시간이 훨씬 적게 걸린다는 장점이 있다. 의료영상에서 추출한 다양한 등치선 데이터에 대한 모델링 실험을 통해 제안된 알고리즘이 강건하고 효율적으로 자연스러운 표면모델을 생성함을 확인하였다.

A Band Partitioning Algorithm for Contour Triangulation

Young-Kyu Choi† · Tai-Hoon Cho††

ABSTRACT

The surface reconstruction problem from a set of wire-frame contours is very important in diverse fields such as medical imaging or computer animation. In this paper, a surface triangulation method is proposed for solving the problem. Generally, many optimal triangulation techniques suffer from the large computation time but heuristic approaches may produce very unnatural surface when contours are widely different in shape. To compensate the disadvantages of these approaches, we propose a new heuristic triangulation method which iteratively decomposes the surface generation problem from a band (a pair of vertices chain) into two subproblems from two *sub-bands*. Generally, conventional greedy heuristic contour triangulation algorithm, suffer from the drastic error propagation during surface modeling when the adjacent contours are different in shape. Our *divide-and-conquer* algorithm, called *band partitioning algorithm*, processes eccentric parts of the contours first with more global information. Consequently, the resulting facet model becomes more stable and natural even though the shapes are widely different. An interesting property of our method is that it supports multi-resolution capability in surface modeling time. According to experiments, it is proved to be very robust and efficient in many applications.

1. 서 론

3차원 물체의 표면정보는 의료영상이나 위상적인 모델링, 컴퓨터 애니메이션, 지식기반 시스템 등 다양한 응용분야에서 매우 중요하게 사용되고 있다. 이러한 표면정보들은 흔히 CT나 NMR영상과 같이 단층영상의 형태로 주어지게 되는데, 이러한 영상에서부터 물체의 표면모델을 재구성하는 방법은 크게 *체적 재구성법*(volume reconstruction, 복셀 기법이라고도 함)과 *표면 재구성*(surface reconstruction)법으로 분류할 수 있다.

체적 재구성법[1, 2]은 공간이 복셀(각 단층 영상의

† 정 회 원 : 한국기술교육대학교 정보기술공학부 교수
†† 정 회 원 : 한국기술교육대학교 정보기술공학부 교수
논문접수 : 1999년 9월 6일, 심사완료 : 2000년 2월 11일

화소)이라고 하는 정육면체 체적소로 균일하게 나뉘어져 있다고 가정하고 이들 사이에서 표면을 정의하고자 하는 방법으로, 일반적으로 알고리즘이 간단하며, 다양한 예외상황에서도 비교적 강건하게 수행된다는 장점이 있다. 이에 비하여, *등치선 삼각분할법(Contour triangulation)*이라고도 하는 표면 재구성법은 각 단층면(영상)에서 등치선을 먼저 추출하고 이들을 이용하여 표면을 모델링하는 방법이다. (등치선은 물체의 표면(또는 등 밀도면)이 각 단층면과 만나는 부분, 즉 같은 값을 갖는 선이란 의미) 모든 층에서 등치선을 추출하면 이것은 볼륨 정보에 대한 *등치선 표현*이 (wire-frame contour representation) 되는데, 본 논문에서는 이러한 등치선 표현으로 주어진 물체의 표면정보부터 물체의 3차원 표면 모델을 재구성하는 새로운 등치선 삼각분할 방법을 제안한다.

일반적으로 등치선 삼각분할법은 등치선이 선형으로 보간되어 있으므로 추가적인 anti-aliasing과정이 필요없고, 체적 재구성법에서 발생하는 거친 표면처리가 필요 없으며, 각 단층에 대한 영상을 저장할 필요가 없이 추출된 경계선만을 이용하여 모델링 할 수 있으므로 저장할 자료의 양이 적다는 장점을 가지고 있다. 또한 등치선을 직선 근사화법 등을 적용하여 근사화 할 수 있어 체적에 근거한 방법에 비하여 생성되는 표면조각의 수가 훨씬 적으며, 평활 명암법이나 Phong 명암법 등을 적용하여 렌더링 하거나, 광선 추적법 등을 적용하여 고화질의 3차원 영상을 만들어 낼 수 있다는 장점이 있다. 이러한 등치선 삼각분할에 의한 표면 모델링에서 반드시 해결해야 하는 문제는 크게 세 가지로 나눌 수 있는데, 등치선 연결상태 결정문제(correspondence problem), 표면의 분기문제(branching problem), 그리고 표면 생성문제(tiling problem)이다.

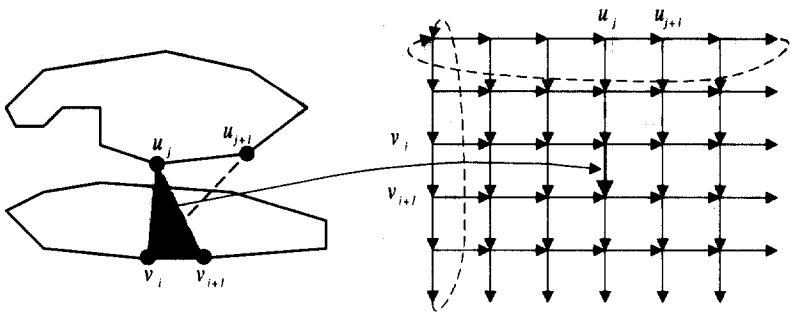
연결상태 결정문제는 인접한 층에 있는 등치선간에 표면으로 연결되어야 할 등치선들을 찾는 문제로 CT나 NMR영상에서와 같이 등치선의 크기에 비하여 단층촬영의 층간거리가 좁은 경우에는 등치선의 수직 중첩성을 이용할 경우 좋은 결과를 나타낸다. 분기문제는 하나의 등치선이 인접한 층의 두 개 이상의 등치선으로 분기되는 경우를 해결하는 문제로 지금까지 다양한 방법[9, 10]이 제시되었으며, 표면 분기가 없거나 많지 않은 물체의 경우 기존의 방법을 적용하여 좋은 결과를 기대할 수 있다. 이들에 비하여 표면 생성문제는 인접한 층의 두 등치선 사이의 표면을 삼각형 표면조각들로 근사화 하는 과정으로 항상 해결되어야 하며 이 방법의 차이가 표면모델에 직접 영향을 미치므로 가장 중요한 문제이다. 따라서 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위한 새로운 방법을 제안한다.

이 문제에 대한 기존의 접근방법은 크게 최적해 방법과 경험적 방법으로 크게 나눌 수 있다. 일반적으로 최적해 방법들은 처리 시간이 매우 많이 걸린다는 단점이 있으며, 경험적 방법들은 인접 등치선의 형태가 상이할 경우 매우 부자연스러운 표면을 만든다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이들의 단점을 보완하는 새로운 경험적 방법의 표면 생성 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법은 인접한 등치선 사이의 표면을 가상의 *띠(band)*로 생각하고, 이러한 띠를 연속적으로 분할하는 방법으로 표면모델을 만들게 되는데, 등치선의 "특이한" 부분들을 전역정보를 사용하여 우선적으로 처리함으로써 기존의 경험적 모델링 방법들의 문제점을 해결하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서 표면생성 문제를 위한 기존의 방법을 소개하고, 3장에서 띠 분할 방식의 표면생성 방법을 기술한다. 4장에서는 띠 분할 알고리즘을 소개하고, 5장에서 다양한 등치선 정보에 대한 실험을 보인다. 마지막으로 6장에서 결론을 기술한다.

2. 등치선간의 표면 생성 문제(Tiling Problem)

등치선 사이의 연결성이 결정되면 인접한 층에 있는 두 등치선 사이의 물체 표면을 삼각형 표면조각들로 근사하는 과정이 이어지는데 이것을 표면 생성 문제(tiling problem)이라 한다. 예를 들어 (그림 1)의 (a)와 같이 인접한 층에서 한 쌍의 등치선이 주어지면 이들 사이의 실제 표면을 근사하는 표면 모델을 만들어야 한다. 이 문제를 Fuchs[3]는 (b)와 같이 토로이달 그래프(Toroidal graph)를 이용하여 설명하였다. 인접한 등치선 사이의 하나의 선분(예 : $\overline{u_i, v_j}$, 본 논문에서는 이를 *스팬(span)*이라 함)은 그래프에서 하나의 정점(node)으로 대응되고, 하나의 삼각형 표면조각(예: $\triangle(u_i, v_j, v_{j+1})$)은 그래프의 하나의 간선(edge)으로 대응된다. 이 그래프의 하나의 경로(path)는 두 등치선 사이의 하나의 가능한 표면 구성에 해당하게 되며, 따라서 이 그래프는 두 인접한 등치선 사이의 모든 가능한 표면구성을 보여주고 있다. Keppel[4]은 이러한 문



(그림 1) 토로이달 그래프(Toroidal graph)

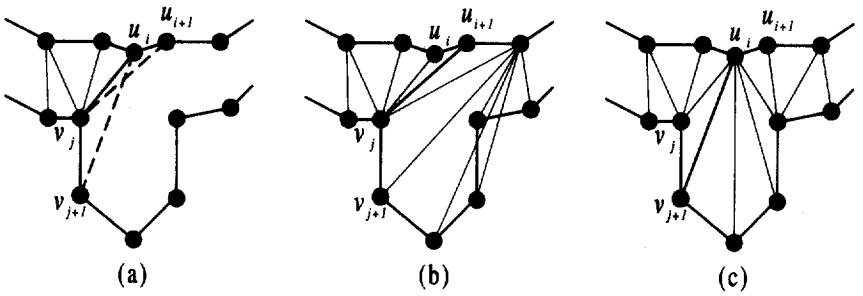
제에서 가능한 표면 모델을 수는

$$TP(m,n)=\frac{(m+n)!}{(m-1)!\cdot(n-1)!}$$

와 같이 주어짐을 보였다. 이때 $TP(m,n)$은 모든 가능한 표면 모델 수이며, m과 n은 각 등치선의 정점의 수이다.

이러한 표면 생성문제를 해결하기 위해 여러 방법들이 제시되었는데, 이들은 크게 최적해 방법과 경험적 방법으로 크게 나눌 수 있다. 최적해 방법[3, 4]들은 주어진 문제를 Troidal 그래프의 탐색 문제로 변환하고 주어진 비용함수에 대해 최적의 경로를 찾아내는 방법이다. Keppel은 표면 모델에 의한 물체의 체적을 비용함수로 정의하고, 이 비용을 최대화하는 경로를 찾았으며, Fuchs는 표면의 면적을 비용함수로 정의하고(잘못된 모델의 경우 표면적이 넓어질 것이므로), 이 비용을 최소화하는 경로를 찾고자 하였다.

이에 비하여 경험적 방법[5-10]은 등치선의 국부적인 탐색으로 삼각형 조각을 생성한다. 최적해 방법이 그래프의 전역 탐색에 의해 이루어지므로 계산량이 많아지는데 비하여 이 방법은 국부적인 정보들만을 이용하여 삼각형 조각을 생성해 내므로 계산량이 훨씬 적으며, 대부분의 알고리즘이 등치선의 정점 수에 비례하는 시간($O(n+m)$)에 표면 모델을 만들게 된다. 또한 최종적으로 얻어지는 표면 모델이 "최적"의 의미는 없지만 시각적으로는 타당하게 보이는 경우가 많으므로 다양한 사람들에 의해 연구되어 왔다. (그림 1)의 (a)와 같이 인접한 층에 있는 한 쌍의 등치선이 주어지면 먼저 초기 스팬(span) $\overline{u_0v_0}$를 찾고, 그 다음부터는 현재의 스팬($\overline{u_iv_j}$)으로부터 다음으로 가능한 두 개의 스팬($\overline{u_iv_{j+1}}$ 또는 $\overline{u_{i+1}v_j}$) 중의 하나를 지역적인 정보만 이용하여 선택해 나가는 방식이다. 만약 $\overline{u_iv_{j+1}}$이 선택되면 삼각형 표면조각 $\triangle(u_i, v_j, v_{j+1})$이 만들어지게 되고, $\overline{u_{i+1}v_j}$이 선택되면 $\triangle(u_i, v_j, u_{i+1})$이 생성된다. 이 과정을 연속적으로 두 등치선의 모든 정점을 지나가도록 반복하면 이들 사이의 표면을 나타내는 삼각형 표면모델이 만들어지게 된다. Christiansen[5]은 $\overline{u_iv_{j+1}}$과 $\overline{u_{i+1}v_j}$ 중에서 스팬의 길이가 짧은 것을 연속적으로 선택하는 최단 스팬 알고리즘(Minimum span algorithm)을 제안하였고, Ganapathy[6]는 두 등치선의 길이를 먼저 정규화시키고 시작점에서부터의 진행거리가 가능한 한 비슷하게 유지하도록 하는 스팬을 선택하였으며, Cook[7]은 각 등치선의 중심으로부터 현재 진행하고 있는 정점으로의 각도가 가능한 한 일치하도록 다음 스팬을 결정하였다. 이들은 두 등치선의 형태가 유사한 경우에는 좋은 표면을 만들지만, 형태나 등치선 길이의 차이가 심할 경우 매우 부자연스러운 표면을 만들 수 있다. 예를 들어, Ganapathy와 Cook의 방법은 각각 정규화된 길이나 각도측면에서 볼 때 두 등치선의 형태가 유사한 경우 좋은 결과를 나타낸다. 즉 혈관의 모델링에서와 같이 인접한 두 등치선이 원형이고 중심이 서로 다른 경우(등치선의 크기에 비해 단층 간격이 먼 경우)에 이들 알고리즘은 훌륭한 결과를 나타낸다. 그러나 그 외의 경우, 예를 들어 단층 영상에서 얻은 인체의 골격을 모델링 할 때와 같이 단층 간격에 비해 등치선의 크기가 크고, 한 등치선에서는 나타나지 않았던 부분이 다른 등치선에서 나타나는 경우와 같이 일반적인 CT나 NMR을 통해 얻은 등치선의 모델링에서 이들 알고리즘은 매우



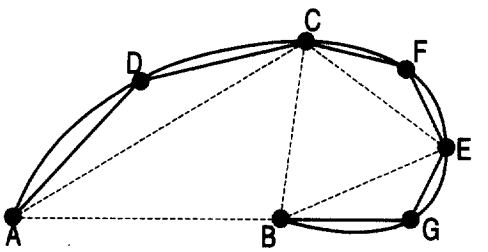
(그림 2) 경험적 방법의 문제점

자연스럽지 못한 표면을 만들어 내는데, 이런 일반적인 경우에서는 최단 스팬 알고리즘이 상대적으로 더 우월하다. 그러나 이 방법도 등치선 형태의 차이가 심한 경우 좋지 못한 표면을 만드는데, 예를 들면, (그림 2)의 (a)에서 $\overline{u_iv_j}$ 다음으로 가능한 $\overline{u_iv_{j+1}}$와 $\overline{u_{i+1}v_j}$ 중에서 이 알고리즘은 길이가 짧은 $\overline{u_{i+1}v_j}$를 선택하게 되고 이것이 결국 (b)와 같이 부자연스러운 모델을 만들게 된다.

본 논문에서는 이와 같은 기존의 경험적 방법의 단점을 해결하고 보다 자연스러운(c) 표면을 만드는 새로운 표면 모델링 방법을 제안한다.

3. 띠 분할방식의 등치선 삼각분할에 의한 3차원 표면 재구성

기존의 경험적 방법에서와 같이 초기 스팬에서부터 순서적으로 인접한 스팬을 찾는 방식은, 두 등치선의 유사한 부분이나 차이가 심한 부분이나 동일하게 지역정보만으로 모델링함으로써 많은 오류를 일으킬 수 있었다. 본 논문에서는 기존의 순서적인 방법보다는 두 등치선에서 형태적으로 특이하게 생긴 부분을 더 많은 정보를 이용해서 우선적으로 처리하는 것이 전체적으로 더 자연스러운 표면을 만들 수 있다는 고찰을 통해, 두 등치선 사이의 표면을 가상의 띠로 정의하고 이 띠를 연속적으로 분할하는 방법을 고안하였다. 이것은 개념적으로 Ramer의 평면 곡선을 다각형으로 근사하는 알고리즘과 유사하다[11]. (그림 3)은 Ramer의 알고리즘을 보여주고 있는데, 주어진 곡선을 곡선의 두 끝점을 연결하는 선분에서부터 가장 먼 꼭지점을 찾아 곡선을 연속적으로 분할하는데, 이 예제의 경우 꼭지점 C, D, E, F, G의 순서로 찾아지게 된다.



(그림 3) Ramer의 직선근사법

본 논문에서는 이러한 개념을 등치선 삼각분할에 적용하였다. m개의 정점 $(u_0, u_1, \cdots, u_{m-1})$을 가진 등치선 C_u와, 인접한 층의 n개의 정점 $(v_0, v_1, \cdots, v_{n-1})$을 가진 등치선 C_v가 표면으로 연결되어야 하는 문제가 주어졌다고 하자.

3.1 초기 스팬 결정

먼저 두 등치선 사이의 표면 생성문제를 두 정점 체인사이의 표면생성 문제로 변환하기 위해 초기 스팬을 구하여야 한다. 이를 위해 등치선 C_u의 정점들 중에서 동서남북 방향으로 최대 4개의 극한 정점을 먼저 구한다. 다음으로 각 극한정점에 대해 C_v의 정점들 중에서 가장 가까운 정점들을 구하면 최대 4개의 초기 스팬 후보가 생긴다. 이들 중에서 가장 거리가 짧은 스팬을 초기 스팬으로 사용하고, 두 등치선의 꼭지점을 재 정렬하여 초기 스팬의 양 끝점이 u_0 및 v_0가 되도록 한다. 이 과정의 시간 복잡도는 $O(m+n)$이다. (최대 $5(m+n)+3$번 비교) 이와 같이 $\overline{u_0v_0}$가 구해지면, 등치선사이의 표면 생성문제는 가상의 띠 $B^{u_0,u_m}_{v_0,v_n}$에서의 표면 생성문제로 단순화된다. 이때 가상의 띠(band)

$B^{u_0,u_m}_{v_0,v_n}$는 양 끝이 $\overline{u_0v_0}$와 $\overline{u_mv_n}$이고 인접한 층의 두 정점 체인 $\{u_0, u_1, \cdots, u_m\}$와 $\{v_0, v_1, \cdots, v_n\}$에 의해 정의된다. (단, 초기에는 $u_0 \equiv u_m$이고, $v_0 \equiv v_n$이다.)

3.2 띠 분할 기준(Criteria)의 조건

Ramer의 알고리즘은 하나의 평면곡선을 연속으로 분할하지만, 제안된 방법은 띠(한 쌍의 평면 곡선)가 주어지고 이를 연속으로 분할하게 된다. 따라서 임의의 띠 $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$가 주어졌을 때, 띠 분할을 위한 후보는 하나의 정점이 아니라, 인접한 체인에 있는 한 쌍의 정점($\overline{u_pv_q}$), 즉 *분할 스팬* 이 되고, 후보의 개수도 $nm-2$이 된다.(n 및 m은 두 체인의 정점의 수) 따라서 이러한 후보들 중에서 분할 스팬을 어떤 기준으로 선택하는가가 매우 중요한 문제가 된다.

분할 스팬 결정의 기준은 다음의 3가지 조건을 만족하여야 한다. 먼저 임의의 띠에서 "특이하게" 생긴 부분들이(예를 들어 띠에서 길쭉하게 튀어나와 있거나 들어간 곳들) 먼저 선택되어야 한다. 한번 스팬이 결정되면 이것은 원래의 띠를 이분할 하게되고, 한번 분할된 띠는 그 자체의 정보만을 이용할 수 있으므로, 특이하게 생긴 부분들은 가능한 한 많은 정보들을 이용하여 처리되어야 하고, 따라서 가능한 한 우선적으로 처리되어야 한다. 두 번째로는, 스팬을 결정하는 기준은 가능한 한 정확하게 결정해야 한다는 것으로, "정확하다"라는 것을 정량적으로 나타낼 수는 없지만 사람이 보기에 자연스러워 보일 수 있도록 해야 한다는 것이다. 마지막으로, 결정 기준은 임의의 띠를 가능한 한 균일하게 나누도록 해야 한다는 것이다. 즉 분할되는 두 개의 띠가 서로 비슷한 크기를 갖도록 하자는 것인데, 기존의 경험적 방법들은 가장 균일하지 않게 띠를 분할하는 방법이라고 생각할 수 있다.

3.3 띠 분할 방법

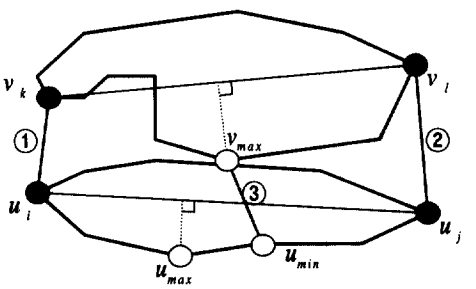
임의의 띠 $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$가 주어졌을 때 최소 변위 쌍을 분할 스팬($\overline{u_pv_q}$)으로 사용하는 것도 하나의 방법이 되는데 이는 다음과 같이 정의된다[12].

$$dist(u_p, v_q) = \underset{i \le x \le j,\ k \le y \le l}{MIN} \{dist(u_x, v_y)\}$$

(이때 $dist(u_x, v_y)$는 3차원 공간상의 두 점 (u_x, v_y) 간의 Euclidean 거리) 그러나, 이 방법은 형태상 특이한 부분을 먼저 찾지도 못하며, 일반적으로 띠를 균일하게 분할하지도 못한다. 본 논문에서는 분할 스팬의 양쪽 정점들을 추출하는 2단계 방법을 소개한다.

임의의 띠 $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$가 주어지면, 먼저 u 및 v체인에서 *최대 변위점*을 추출한다. 최대 변위점 $v_{\max}$(또는 $u_{\max}$)는 다음과 같이 정의된다. (단, v_k와 v_l은 각각 체인의 시작점과 끝점)

$$dist(v_{\max}, \overline{v_kv_l}) = \underset{k<y<l}{MAX} \{dist(v_y, \overline{v_kv_l})\}$$



(그림 4) 제안된 분할스팬 결정 방법

(이때 $dist(v_y, \overline{v_kv_l})$는 v_y과 두 점 (v_k, v_l)에 의해 정의되는 선분 $\overline{v_kv_l}$간의 Euclidean 거리) 두 체인에서부터 $u_{\max}$와 $v_{\max}$를 구하면, 이들 중에서 변위가 더 큰 정점이 분할 스팬의 한쪽 정점으로 먼저 정의된다. 만약 $v_{\max}$가 선택되었다면, u체인에서 다른 한쪽 정점을 구하고 이들이 분할 스팬을 이루게 된다. 이때에는 *최소 변위 점(nearest vertex)*이 사용되었는데, 정점 $v_{\max}$로부터의 최소 변위점 $u_{\min}$은 다음과 같이 정의된다.

$$dist(u_{\min}, v_{\max}) = \underset{i \le x \le j}{MIN} \{dist(u_x, v_{\max})\}$$

이와 같이 분할 스팬 $\overline{u_{\min}v_{\max}}$가 구해지면 원래의 띠 $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$는 $B^{u_i,u_{\min}}_{v_k,v_{\max}}$와 $B^{u_{\min},u_j}_{v_{\max},v_l}$로 분할되고, $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$에서의 표면 생성문제는 각각 $B^{u_i,u_{\min}}_{v_k,v_{\max}}$와 $B^{u_{\min},u_j}_{v_{\max},v_l}$에서의 문제로 단순화 된다. 이 방법을 연속적으로 적용하면 두 등치선사이의 표면이 만들어지는데, 다음 장에서 알고리즘을 설명한다.

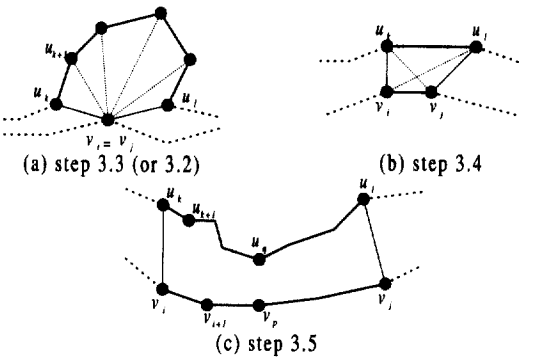
제안된 분할 스팬 추출방법은 최대 변위 점을 이용하므로 띠에서 가장 "특이한"(튀어나온) 부분 을 먼저 처리하는 효과가 있다. 또한 이러한 점들은 보통 정점 체인의 중앙부에 있을 가능성이 많으므로 띠의 균등분할이 가능하다. 또한 최소 변위 점을 사용함으로 사람이 보기에 자연스러운("정확한") 분할이 가능해 진다. (그림 4)는 이러한 제안된 띠 분할 방법을 보여주고 있다. 초기에 두 개의 스팬 ($\overline{u_iv_k}$ 및 $\overline{u_jv_l}$)이 구해지면 등치선은 두개의 띠로 분할된다. $B^{u_i,u_j}_{v_k,v_l}$에 대해 제안된 방법으로 분할 스팬 $\overline{u_{\max}v_{\min}}$를 찾으면 (그림)과 같이 $B^{u_i,u_{\min}}_{v_k,v_{\max}}$와 $B^{u_{\min},u_j}_{v_{\max},v_l}$로 나누어지게 되며 이들에 대해 제안된 알고리즘을 재귀적으로 적용하면 결국 두 등치선 사이의 표면모델을 구하게 된다.

4. 띠 분할 알고리즘

<표 1>은 제안된 분할 방식의 표면 재구성함수 SurfaceByIBP를 보여주고 있다. 이 함수는 BStack이라는 띠(band)를 저장하기 위한 스택을 이용하여 구현하였으며, 결과적으로 발생하는 삼각형 표면 조각을 저장하기 위해 선형 리스트인 TLIST를 사용하였다. 삼각형 표면조각은 3.2, 3.3 및 3.4단계에서 발생하게 되며 TLIST에 저장되는데, (그림 5)의 (a)와 (b)는 이러한 경우를 설명하고 있다. 초기에는 TLIST가 비어있으며, BStack은 초기 스팬에 의한 띠가 들어있게 되며, 스택에서 띠를 하나씩 꺼내서 처리하고, 띠가 분할되면 분할된 두 개의 띠를 다시 스택에 넣는 방식으로 진행되고, BStack이 비면 수행이 끝난다. <표 2>는 <표 1>의 알고리즘에서 3.5단계, 즉 띠를 분할해야 하는 경우에 제안된 방법으로 가상의 띠를 분할하는 알고리즘을 나타내고 있다(그림 5의 (c)).

Theorem 1 : *Procedure Partition*은 임의의 띠 $B^{u_k,u_l}_{v_i,v_j}$를 정점 수에 비례하는 시간에 두 개의 띠 ($B^{u_k,u_s}_{v_i,v_p}$와 $B^{u_s,u_l}_{v_p,v_j}$)로 분할한다.

Proof : 임의의 띠 $B^{u_k,u_l}_{v_i,v_j}$을 구성하는 각 체인의 정점 수를 각각 n과 m이라고 하자. Step 1.1 및 1.2에서 각각 n과 m번의 비교가 필요하다. Step 2는 n번, step 3은 m번의 비교가 필요하므로 최악의 경우 $MAX(n,m)$번의 비교가 step 2 또는 3을 수행하는데 필요하다. Step 4와 5는 각각 상수시간에 처리할 수 있다. 따라서 Procedure Partition의 전체 시간 복잡도는 $O(n+m)$이다.



(그림 5) Algorithm SurfaceByIBP의 각 경우의 예

Theorem 2 : *Algorithm SurfaceByIBP*는 최소 $O((n+m)\log(n+m))$, 최대 $O((n+m)^2)$ 시간 안에 정점수가 각각 n과 m인 두 등치선 C_v와 C_u사이의 표면을 모델링 한다.

Proof : Theorem 1에서, 띠를 분할하는데 걸리는 시간은 그 띠를 구성하는 정점 수에 비례하였다. 띠 분할 알고리즘은 초기에 하나의 띠에서 시작하여 계속해서 두 개로 분할하는 이진 트리의 구조를 가지게 되는데, 이진 트리의 레벨 k에서의 노드의 수는 2^{k-1}개 이다. 이러한 이진 트리를 *분할 트리*라 할 때, 분할 트리의 각 레벨에서의 모든 띠의 정점 수는 같으며, 따라서 한 레벨에서의 시간 복잡도는 $O((n+m))$이다. 따라서 알고리즘의 전체 수행속도는 분할 트리의 깊이에 비례하게 된다. 분할트리의 깊이는 트리가 좌우 균형이 잡혔을 경우(balanced tree) 전체 노드수 N에 대해 $\log N$의 깊이를 갖게되고, 완전 사향트리(skewed tree)일 경우 N의 깊이를 갖게 된다. 또한 트리의 전체 노드의 수는 두 등치선의 정점의 수에 비례하므로, *SurfaceByIBP*는 최소(balanced tree의 경우) $O((n+m)\log(n+m))$, 최대(skewed tree의 경우) $O((n+m)^2)$의 시간 복잡도로 주어진 문제를 해결하게 된다.

〈표 1〉 Algorithm SurfaceByIBP

Algorithm *SurfaceByIBP*
Input: An upper contour C_u of m vertices $\{u_0, u_1, \cdot, u_{m-1}\}$, and a lower contour C_v of n vertices $\{v_0, v_1, \cdot, v_{n-1}\}$.
Output: A surface patch list TLIST which contains the triangular surface tiles approximating surfaces between C_u and C_v.

Begin
[0] Initialization Step: $TLIST \Leftarrow \emptyset$, $BStack \Leftarrow \emptyset$.
[1] Initial Partition: $(C_u, C_v) \Rightarrow B_{v_0,v_n}^{u_0,u_m}$.
[2] Push initial band $B_{v_0,v_n}^{u_0,u_m}$ into *BStack*.
[3] while *BStack* is not empty Do
[3.1] Pop a band $B_{v_i,v_j}^{u_k,u_l}$ from stack.
[3.2] If ($j-i$ == 0), then while ($l-k$ > 0) Do
(a) $TLIST \leftarrow \langle v_i, u_k, u_{k+1}\rangle$
(b) $k \Leftarrow k+1$
[3.3] Else if ($l-k$ == 0), then while ($j-i$ > 0) Do
(a) $TLIST \leftarrow \langle v_i, u_k, v_{i+1}\rangle$
(b) $i \Leftarrow i+1$
[3.4] Else if (($j-i$ == 1) and ($l-k$ == 1)), then
(a) If $dist(v_i, v_j) > dist(u_k, u_l)$
then $TLIST \leftarrow \{\langle v_i, u_k, v_j\rangle, \langle v_j, u_k, u_l\rangle\}$
(b) else $TLIST \leftarrow \{\langle v_i, u_k, u_l\rangle, \langle v_i, u_l, v_j\rangle\}$
[3.5] Else
(a) Partition the band using the procedure ***Partition***:
$B_{v_i,v_j}^{u_k,u_l} \Rightarrow \{B_{v_i,v_p}^{u_k,u_q}, B_{v_p,v_j}^{u_q,u_l}\}$
(b) Push $B_{v_i,v_p}^{u_k,u_q}$ and $B_{v_p,v_j}^{u_q,u_l}$ into *BStack*.
End While
[4] Return *TLIST*.
End

〈표 2〉 Procedure Partition

Procedure *Partition*
Input: A band $B_{v_i,v_j}^{u_k,u_l}$, where $i<j$ and $k<l$.
Output: Two sub-band of $B_{v_i,v_j}^{u_k,u_l}$ ($B_{v_i,v_p}^{u_k,u_q}$ and $B_{v_p,v_j}^{u_q,u_l}$) partitioned by the span $\overline{u_q v_p}$.

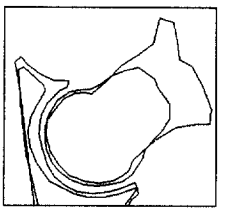
Begin
[1] Find two candidates of the first partition vertex using maximum deviation criteria.
[1.1] Find v_{max} such that $dist(v_{max}, \overline{v_i v_j}) = \underset{i<x<j}{MAX}\{dist(v_x, \overline{v_s v_e})\}$ holds;
[1.2] Find u_{max} such that $dist(u_{max}, \overline{u_k u_l}) = \underset{k<y<l}{MAX}\{dist(u_y, \overline{u_k u_l})\}$ holds;
[2] If $dist(u_{max}, \overline{u_k u_l}) > dist(v_{max}, \overline{v_i v_j})$, then
[2.1] $u_q = u_{max}$;
[2.2] Find v_p such that $dist(v_p, u_q) = \underset{i\le x\le j}{MIN}\{dist(v_x, u_q)\}$ holds;
[3] Else
[2.1] $v_p = v_{max}$;
[2.2] Find u_q such that $dist(v_p, u_q) = \underset{k\le y\le l}{MIN}\{dist(u_y, v_p)\}$ holds;
[4] Partition the original band using $\overline{u_q v_p}$:
$B_{v_i,v_j}^{u_k,u_l} \Rightarrow B_{v_i,v_p}^{u_k,u_q}, B_{v_p,v_j}^{u_q,u_l}$.
[4] Return $B_{v_i,v_p}^{u_k,u_q}$ and $B_{v_p,v_j}^{u_q,u_l}$.
End

제안된 알고리즘의 시간 복잡도는 기존에 제안되었던 경험적 방법들의 $O(n+m)$ 보다는 계산량이 많지만, 2장에서 설명한 최적화 방법에 비해서는 훨씬 적다. 또한 이 방법은 기존의 경험적 방법들이 단지 지역적인 정보만을 이용하여 스팬을 연속적으로(sequential) 구함으로 인하여 발생할 수 있는 부자연스러운 표면 생성문제를 크게 개선할 수 있다. 특히 기존의 방법에서는 형태적으로 특이한 부분들도 (예를 들어 길게 튀어나와 있는 부분들) 다른 부분들과 마찬가지로 지역정보만을 이용하여 처리하여 부자연스러운 결정을 할 가능성이 많았으며, 이들 에러가 다음의 모든 단계로 파급이 되어 결국 매우 부자연스러운 표면을 만들게 되었다. 이에 비하여 제안된 방법은 특이한 부분들을 먼저 지역정보만이 아닌 보다 많은 정보를 이용하여 처리함으로써 에러 가능성을 줄였으며, 이것이 제안된 방법의 가장 큰 장점이 된다.

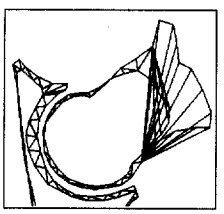
6. 실 험

제안된 알고리즘은 C++ 및 C언어를 이용하여 작성되었고, Sun Workstation 및 PC에서 구현되었다. 실험에는 인간의 단층 촬영 영상에서 직접 추출한 등치선 데이터와, 몇 개의 인공적인 등치선이 사용되었다. 제안된 방법의 성능을 기존의 방법과 비교하기 위해 경험적 방법의 가장 대표적인 알고리즘인 최단스팬 알고리즘(Minimum Span Algorithm)을 구현하여 비교하였다. (그림 6)의 (a)는 인간의 hip joint영상에서 추출한 등치선 중에서 5번째와 6번째 층에서 추출한 등치선의 일부를 보여주는데, 최단스팬 알고리즘은 (그림 (b))와 같이 자연스럽지 못한 표면을 만드는데 비하여 제안된 방법은 (c)와 같이 매우 자연스러운 표면 모델을 만든다. 등치선의 형태가 비슷한 부분에서는 두 방법의 차

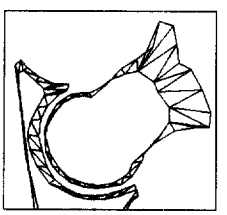
이가 크지 않으나, 형태가 다른 부분에서는 경험적 방법에 비해 제안된 방법이 훨씬 우월하다는 것을 보여주고 있다.



(a) original contours



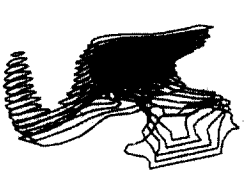
(b) MSA



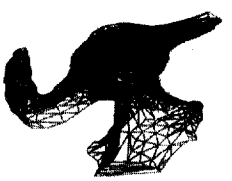
(c) BPA

(그림 6) 제안된 알고리즘(BPA)과 최단스팬 알고리즘(MSA)의 비교 (hip joint)

(그림 7)은 인간의 관절부분의 단층영상에서 추출한 등치선(hip joint) 및 제안된 알고리즘으로 모델링 한 결과와 렌더링 결과를 보여주고 있으며, (그림 8)은 Pelvis 데이터에 대한 실험 결과이다. 이들은 제안된 알고리즘이 실제 데이터에 잘 적용된다는 것을 보여주며, 특히 등치선의 형태가 상이하더라도 좋은 결과를 보여준다는 것을 알 수 있다. <표 3>은 이러한 실험에서 추출한 데이터를 보여주고 있다.



(a) original contours

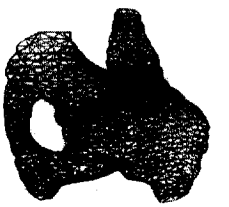


(b) surface model by BPA

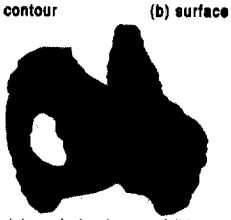
(c) rendering image of (b)

(그림 7) Hip joint data

(a) original pelvis contour



(b) surface patch model



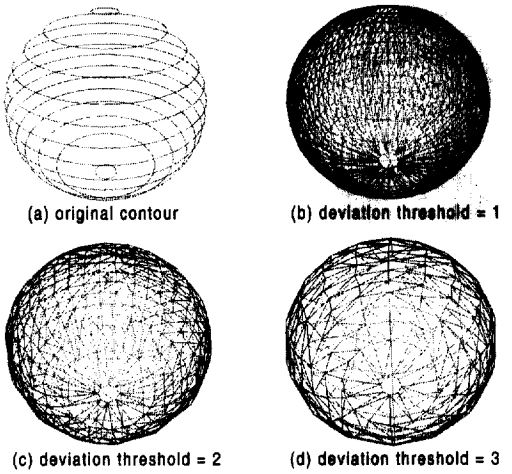
(c) rendering image of (b)

(그림 8) Pelvis data

〈표 3〉 Hip Joint와 Pelvis 실험 결과

Hip Joint	Number of total slices										14		
	Number of total vertices										976		
	Number of surface patches(triangle)										1747		
	1 0	2 1	3 2	4 3	5 4	6 5	7 6	8 7	9 8	10 9	11 10	12 11	13 12
	123	122	144	173	158	147	142	135	127	132	130	112	102
Pelvis	Number of total slices										35		
	Number of total vertices										1090		
	Number of surface patches(triangle)										1977		

제안된 알고리즘은 주어진 등치선 데이터에 대하여, 모델링시에 보다 간략한 모델을 만들 수 있는 방법을 제공한다. 즉 Ramer의 직선 근사화에서와 같이, 표면의 근사에서도 최대변위가 허용범위내(deviation threshold)에 들면 그 정점 체인내의 내부 정점들을 무시함으로써 보다 단순한 모델을 만들 수 있다. (그림 9)는 구(circle)에 대한 등치선을 인공적으로 만들어, 모델링시에 최대 변위 허용범위를 적용하여 보다 단순한 모델을 만든 예를 보여주고 있는데, (a)는 반지름이 183인 원 등치선 정보이며, (b), (c), (d)는 각각 허용범위를 1, 2, 및 3으로 조정하여 표면을 구한 결과를 보여주고 있다. <표 4>는 각각의 최대변위 허용범위에 대한 실험 결과 데이터로, 허용 기준을 높이면 보다 단순한 모델을 만들 수 있다는 것을 보여주고 있다. 이러한 실험들을 통해 제안된 알고리즘이 표면생성문제 (tiling problem) 해결에 매우 체계적인 해결책이며, 자연스러운 표면을 만들어 내는 것을 알 수 있었다.



(그림 9) 제안된 알고리즘의 Multi-resolution 특성

〈표 4〉 Sphere data 실험 결과

	Number of original vertices	Deviation threshold	Number of vertices in surface model	Number of triangular surface patches
Sphere1	5158	1	773	1496
Sphere2	5158	2	389	736
Sphere3	5158	3	213	384

7. 결 론

본 논문에서는 등치선(wire-frame contour)으로 표현된 물체의 볼륨정보에서부터 3차원 표면모델을 추출하기 위한 표면 삼각화 알고리즘을 제안하였다. 일반적으로 이 문제를 해결하기 위한 최적해(optimal)방법들은 처리 시간이 매우 많이 걸린다는 단점이 있으며, 경험적(heuristic) 방법들은 인접 등치선의 형태가 상이할 경우 매우 부자연스러운 표면을 만든다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이들 방식의 단점을 보완하는 새로운 표면 삼각분할 알고리즘을 제안하였는데, 이것은 인접한 등치선 사이에 존재하는 가상의 *띠(band)*를 연속적으로 분할하여 표면모델을 만들게 된다. 이 방법은 등치선의 "특이한" 부분들을 전역정보(global information)를 이용하여 우선적으로 처리하고 형태가 유사한 부분은 천천히 처리는 것을 특징으로 하며, 기존의 경험적 모델링 방법들의 에러 파급(error propagation) 문제를 해결하고 자연스러운 모델을 만들 수 있었다. 의료영상에서 추출한 다양한 등치선 데이터에 대한 모델링 실험을 통해 제안된 알고리즘이 강건하고 효율적으로 자연스러운 표면모델을 생성함을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] W. E. Lorensen and H. E. Cline, "Marching cubes: a high resolution 3-d surface construction algorithm," *Comput. Graph.*, Vol.21, No.4, pp.163-169, 1987.

[2] 최영규, 이의택, "셀 경계방식을 이용한 의료영상의 3차원 모델링", 정보과학회지 심사 중.

[3] H. Fuchs, F. Peyrin, and C. L. Odet, "A triangulation algorithm from arbitrary shaped multiple planar contours," *Communication of the ACM*, Vol.20, No.10, pp.693-702, Oct. 1977.

[4] E. Keppel, "Approximating complex surfaces by triangulation of contour lines," *IBM. J. Res. Develop.*, Vol.19 pp.2-11, 1975.

[5] H. N. Christiansen and T. W. Sederberg, "Conversion of complex contour line definition into polygonal element mosaics," *Comput. Graph.*, Vol.20, pp.693-702, 1978.

[6] S. Ganapathy and T. G. Dennehy, "A new general triangulation method for planar contours," *Comput. Graph.*, Vol.16, No.3, pp.69-75, July 1982.

[7] P. N. Cook and S. Batnitsky, "Three dimensional reconstruction from serial sections for medical applications," *14'th International Conference on System Science*, pp.358-389, 1981.

[8] A. B. Ekoule, F. Peyrin, and C. L. Odet, "A triangulation algorithm from arbitrary shaped multiple planar contours," *ACM Transactions of Graphics*, Vol.10, No.2, pp.182-199, Apr. 1991.

[9] 최영규, "등고선 정보를 이용한 3차원 표면모델의 재구성", 한국과학기술원 박사학위 논문, 1995년 2월.

[10] 최영규, "의료영상의 3차원 Visualization을 위한 표면모델링 기법의 연구 동향", 전기학회지, 제45권, 8호, pp.30-35, 1996년 8월.

[11] U. Ramer, "An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves," *Computer Graphics and Image Processing*, Vol.1, pp.244-256, 1972.

[12] F. P. Preparata and M. I. Shamos, *Computational Geometry, An Introduction*. Springer-Verlag, 1987.

최 영 규

e-mail : ykchoi@kut.ac.kr

1989년 경북대학교 전자공학과 졸업(학사)

1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사)

1995년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(박사)

1995년~1999년 LG산전연구소 영상연구실 선임연구원

1999년~현재 한국기술교육대학교 정보기술공학부 전임강사

관심분야 : Volume Visualization, 가상현실, Computer Vision, ITS 등

조 태 훈

e-mail : thcho@kut.ac.kr

1981년 서울대학교 전자공학과 졸업(학사)

1983년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사)

1991년 Virginia Polytechnic Institute & State University(박사)

1983년~1986년 국방부, 연구원

1991년~1992년 VPI & SU, Research Scientist

1992년~1998년 LG산전(주) 연구소, 책임/수석 연구원

1998년~현재 한국기술교육대학교 정보기술공학부 조교수

관심분야 : Machine Vision, 영상처리/분석, 패턴인식, Neural Networks