

# 저주파필터를 적용한 Wegmann방법의 오차평가에 관한 연구

송 은 지<sup>†</sup>

## 요 약

수학적 모델을 컴퓨터 상에 실현시키는데 있어 보다 효율적인 알고리즘을 구현하고 개발하는 것이 수치해석 연구의 궁극적인 목표이다. 일반적으로 컴퓨터 상에서 구한 계산 결과, 즉 근사 값은 수학적으로 구한 값인 참값과 정확하게 같지 않다. 따라서 근사 값이 얼마나 참값에 가까운가를 측정하는 오차평가는 알고리즘의 효율성을 평가하는데 있어 가장 중요한 과제라 할 수 있다. 대부분의 경우 오차평가에 있어 오차의 한계를 이용하지만 주어진 문제의 참값을 모르기 때문에 정확한 오차평가를 할 수 없다. 여기서는 수치등각사상을 구하기 위한 해법중 하나인 Wegmann 방법을 다루는데 저자는 수렴하는 문제의 범위를 넓히기 위해 저주파필터를 적용한 알고리즘을 제안한바 있다. 본 논문에서는 몇 가지 수학적 이론에 근거하여 저주파필터를 적용한 Wegmann해법에서 참값을 모르더라도 오차평가를 할 수 있는 방법을 제안하고 수치실험을 통해 그 유효성을 입증한다.

## A Study on the Error Estimate for Wegmann's Method applying Low Frequency Pass Filter

Eun-Jee Song<sup>†</sup>

### ABSTRACT

The purpose of numerical analysis is to design an effective algorithm to realize some mathematical model on computer. In general the approximate value, which is obtained from computer operation, is not the same as the real value that is given by mathematical theory. Therefore the error estimate measuring how approximate value is near to the real value, is the most significant task to evaluate the efficiency of algorithm. The limit of an error is used for error estimation at the most case, but the exact error evaluation could not be expected to get for there is no way to know the real value of the given problem. Wegmann's method has been researched, which is one of the solution to derive the numerical conformal mapping. We proposed an improved method for convergence by applying a low frequency filter to the Wegmann's method. In this paper we investigate error analysis based on some mathematical theory and propose an effective method which makes us able to estimate an error if the real value is not acquired. This kind of proposed method is also proved by numerical experiment.

키워드 : 저주파필터(Low Frequency Pass Filter), Wegmann 방법(Wegmann's Method), 참값(Real value), 근사값(Approximate value), 오차평가(Error Estimate)

### 1. 서 론

수학적 모델을 컴퓨터 상에 실현시키는데 있어 보다 효율적인 알고리즘을 구현하고 개발하는 것이 수치해석 연구의 궁극적인 목표이다. 일반적으로 수학적으로 구한 값인 참값과 컴퓨터 상에서 구한 계산 결과, 즉 근사 값은 정확하게 같지 않다. 근사 값과 참값의 차이를 오차라 하는데 이러한 오차가 생기는 원인에는 절단오차, 마무리 오차등 여러 가지가 있다. 근사 값이 얼마나 참값에 가까운가는 알고리즘

의 효율성을 평가하는 중요한 척도이므로 오차평가는 수치해석의 가장 중요한 과제라 할 수 있다. 대부분의 경우 오차평가에 있어 오차의 한계를 이용하지만 주어진 문제의 참값을 모르기 때문에 정확한 오차평가를 할 수 없다. 여기서는 수치등각사상을 구하기 위한 해법중 하나인 Wegmann 해법의 알고리즘을 다룬다. Wegmann이 제안한 해법은 Newton법으로 속도가 빠르고 Reimann-Hilbert문제로 해석하여 기억용량과 반복 횟수를 대폭 절약한 면에서 매우 효율적인 알고리즘이다[1]. 저자는 Wegmann이 제안한 해법으로 난이도가 높은 문제에 있어 수렴하지 않는 결점을 저주파필터에 의해 보완한 해법을 제안하고 수렴성을 증명한 바 있다[2][3].

\* 본 논문은 2004년 남서울대학교 교내과제 연구비에 의해 수행되었음.

† 종신회원 : 남서울대학교 컴퓨터학과 부교수

논문접수 : 2004년 10월 21일, 심사완료 : 2005년 3월 16일

본 논문에서는 저주파필터에 의해 보완한 Wegmann해법에 있어 몇 가지 수학적 이론에 근거하여 참값을 모르더라도 오차평가를 할 수 있는 방법을 제안하고자 한다. 또한 수치실험을 통하여 제안한 방법의 유효성을 입증하였다.

**2. Wegmann 알고리즘**

Wegmann이 제안한 알고리즘은 단위원에서 Jordan영역에로의 등각사상을 구하는 문제에 대한 해법으로 다음과 같다. 이하, 다음과 같은 기호를 정의하여 사용하기로 한다.

- $C(T)$  : 주기  $2\pi$ 의 복소수 연속함수
- $C_R(T)$  : 주기  $2\pi$ 의 실수 연속함수
- $C^m(T)$  :  $m(m \geq 1)$  회 미분 가능한 주기  $2\pi$ 의 복소수 연속함수
- $C^m_R$  :  $m(m \geq 1)$  회 미분 가능한 주기  $2\pi$ 의 실수 연속함수
- $L^p(T) (1 \leq p < \infty)$  : 주기  $2\pi$ 의  $p$ 승 적분 가능한 복소수 함수의 공간
- $A(\overline{D})$  :  $D$ 에서 해석적(analytic)이고  $\overline{D}$ 에서 연속인 복소수 함수의 공간
- $A(\overline{D})|_T$  :  $A(\overline{D})$ 의 요소  $h$ 의 경계함수  $f(t) = h(e^{it})$ ,  $f(t) \in C^1(T)$ 의 집합

$\phi$ 는 다음의 정규화 조건

$$\phi(0) = 0, \quad \phi'(0) > 0 \tag{1}$$

를 만족하는 단위원에서 Jordan영역에로의 등각사상이라 하자. 그리고 Jordan 폐곡선을  $\Gamma$ 라하고

$\eta \in C^1(T)$  ( $\dot{\eta} \neq 0$ )를 사용하여  $\Gamma := \{ \eta(s) : s \in [0, 2\pi) \}$ 로 정의하면

$$\phi(e^{it}) = \eta(s(t)), \quad s(t) - t \in C_R(T) \tag{2}$$

로 표현 가능하다. 등각사상  $\phi$ 는  $A(\overline{D})$ 에 속하기 때문에 원주상에서 계산되면 내부에서도 계산할 수 있다. 따라서 (1)식의 정규화 조건과 (2)식으로부터

1.  $\eta(s(t)) \in A(\overline{D})|_T$
2.  $[Im \eta(s)]_0 = 0, [Im \eta(s)]_0 : Im \eta(s)$  ( $\eta(s)$ 의 허수부)의 0차 Fourier계수

를 만족하는  $s(t)$  (이하  $s$ )를 구하는 것으로 문제가 귀결된다.

즉, 등각사상  $\phi$ 를 구하는 문제는 위의 조건 1,2를 만족하는  $s$ 를 구하는 문제가 되며 이  $s$ 를 구하기 위한 여러 해법

중 Wegmann해법을 간단히 설명한다.

$u(t) \in C_R(T)$ 인 함수가

$$u(t) = a_0 + \sum_{l=1}^{\infty} (a_l \cos lt + b_l \sin lt) \tag{3}$$

로 Fourier 변환 전개되었을 때

$$Ku(t) = \sum_{l=1}^{\infty} (a_l \sin lt - b_l \cos lt) \tag{4}$$

로 정의되는  $K$ 를 공역작용소(共役作用素)라 한다.

**[정리 1]**

$$\eta(s) \in A(\overline{D})|_T \Leftrightarrow Im \eta(s) - [Im \eta(s)]_0 = K Re \eta(s)$$

$$Re \eta(s) : \eta(s) \text{의 실수부} \quad Im \eta(s) : \eta(s) \text{의 허수부}$$

위의 정리에 (1)식의 정규화 조건  $[Im \eta(s)]_0 = 0$ 을 넣으면  $\eta(s) \in A(\overline{D})|_T$   $Im \eta(s) = K Re \eta(s)$  이 된다. 따라서 해인  $s$ 는

$$\Psi(s) := Im \eta(s) - K Re \eta(s) = 0 \tag{5}$$

이 되는 방정식으로부터 구할 수 있다. 이 방정식을 Theodorsen 방정식이라 한다[4].

(5)식은  $s_0$ 을 초기치로 하여 다음의 Newton 반복법

$$\Psi(s_k) + \Psi_{s_k} \delta_k = 0 \tag{6}$$

$$s_{k+1} = s_k + \delta_k, \quad k \geq 0 \quad (\text{반복 횟수})$$

( $\Psi_{s_k}$  :  $\Psi$ 의  $s_k$ 에서의 미분)

에 의해 구한다. (5)식으로부터

$$\Psi(s_k) = Im \eta(s_k) - K Re \eta(s_k),$$

$$\Psi_{s_k} \delta_k = Im \dot{\eta}(s_k) \delta_k - K Re \dot{\eta}(s_k) \delta_k$$

이 되며 이것을 (6)식에 대입하여 정리하면

$$Im(\eta(s_k) + \dot{\eta}(s_k) \delta_k) = K Re(\eta(s_k) + \dot{\eta}(s_k) \delta_k) \tag{7}$$

이 된다.

함수  $\phi_{k+1}$ 를

$$\phi_{k+1} := \eta(s_k(t)) + \dot{\eta}(s_k(t)) \delta_k(t) \tag{8}$$

로 정의하면 (7)식과 정리1로부터  $\phi_{k+1}(e^{it}) \in A(\overline{D})|_T$ 가 된다.

또한  $\dot{\eta}(t) \in C(T)$  를  $\dot{\eta}(t) = |\dot{\eta}(t)| \exp(i\theta(t))$  로 놓기로 하자.

여기서 (6)의  $\delta_k$ 가 수정량으로 실수라는 것을 이용하면 (8) 식에서

$$\text{Im}(\Phi_{k+1}(e^{it})/\dot{\eta}(s_k(t))) = \text{Im}(\eta(s_k(t))/\dot{\eta}(s_k(t))) \quad (9)$$

이 성립한다. (9)식은  $\Phi_{k+1} \in A(\bar{D})|_T$  에 관한 Reimann-Hilbert 문제로 해석되며  $\Phi_{k+1}$ 가 다음과 같은 순서로 구할 수 있음이 알려져 있다[4][5].

$$v_k(t) = \theta(s_k(t) - t) \quad (10-1)$$

$$w_k(t) = Kv_k(t) \quad (10-2)$$

$$q_k(t) = \text{Im}(\eta(s_k) \exp(w_k(t) - i\theta(s_k(t)))) \quad (10-3)$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_k &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_k(t) dt, & \hat{q}_k &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q_k(t) dt \\ \lambda_k &= \hat{q}_k \cot \hat{v}_k \end{aligned} \quad (10-4)$$

$$\Phi_{k+1}(e^{it}) = (iq_k(t) - \lambda_k - Kq_k(t)) \exp(i\theta(s_k(t)) - w_k(t)) \quad (10-5)$$

(10-5)식을 (8)식에 대입하여 식을 정리하면 Newton반복법인 (6)의 미지수인 수정량  $\delta_k$  를 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\delta_k(t) = -\text{Re}\left(\frac{\eta(s_k(t))}{\dot{\eta}(s_k(t))}\right) - \frac{\lambda_k + Kq_k(t)}{|\dot{\eta}(s_k(t))| \exp(w_k(t))} \quad (10-6)$$

그리고 수정량 (10-6)에 의해 새로운 근사값

$$s_{k+1} = s_k + \delta_k \quad (10-7)$$

을 얻을 수 있다.

### 3. 수치적 반복법

위에서 수정량  $\delta_k$ 에 의해 새로운 근사값을 위한 계산과정 (10-1) 부터 (10-7)를 컴퓨터상에서 실현시키기 위해서는 이산화를 하여 수치적으로 반복하여 실행해야한다. 특히 이 과정에서는 공역작용소  $K$ 의 이산화가 중요한 요소이며 그것은 다음과 같이 이산화 한다. 편의상 짝수 표본수  $N=2n$ 를 사용하여

$t_\nu = 2\pi\nu/N$ ,  $\nu = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 로 한다.

어떤 함수  $u(t) \in C_R(T)$  의 삼각다항식을

$$\tilde{u}(t) = \tilde{a}_0/2 + \sum_{\mu=1}^{n-1} (\tilde{a}_\mu \cos \mu t + \tilde{b}_\mu \sin \mu t) + \tilde{a}_n \cos nt/2 \quad (11)$$

로 하고  $Ku$  의 근사를  $K_N u := K(\tilde{u})$ 로 한다. 즉,  $K$ 의 근사 작용소  $K_N$ 을 (4)에 의하여

$$K_N u(t) = \sum_{\mu=1}^{n-1} (\tilde{a}_\mu \sin \mu t - \tilde{b}_\mu \cos \mu t) \quad (12)$$

로 정의한다. 따라서 (10-1)부터 (10-6)까지의 반복법을 이산영역에서 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\tilde{v}_k(t) = \theta(\tilde{s}_k(t) - t) \quad (13-1)$$

$$\tilde{w}_k(t) = K_N \tilde{v}_k(t) \quad (13-2)$$

$$\tilde{q}_k(t) = \text{Im}(\eta(\tilde{s}_k(t)) \exp(\tilde{w}_k(t) - i\theta(\tilde{s}_k(t)))) \quad (13-3)$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_k(t) &= \frac{1}{N} \sum_{\nu=0}^{N-1} \tilde{v}_k(t_\nu), & \hat{q}_k &= \frac{1}{N} \sum_{\nu=0}^{N-1} \tilde{q}_k(t_\nu) \\ \hat{\lambda}_k &= \hat{q}_k \cot \hat{v}_k \end{aligned} \quad (13-4)$$

$$\tilde{\delta}_k(t) = -\text{Re}\left(\frac{\eta(\tilde{s}_k(t))}{\dot{\eta}(\tilde{s}_k(t))}\right) - \frac{\hat{\lambda}_k + K\hat{q}_k(t)}{|\dot{\eta}(\tilde{s}_k(t))| \exp(\tilde{w}_k(t))} \quad (13-5)$$

$$\tilde{s}_{k+1} := \tilde{s}_k + \tilde{\delta}_k \quad (13-6)$$

이 단계에서 본 저자가 제안한 저주파필터  $L_l$  를 다음과 같이 정의하여 (13-6)에 적용한다[2].

여기서  $l$ 은 뒤에서 몇 개의 고주파성분을 제거할 것인가를 정하는 필터 파라미터이다.

$$L_l(e^{imt}) = \begin{cases} e^{imt} & : 0 \leq |m| \leq n-l \\ 0 & : n-l < |m| \leq n \end{cases}$$

$$\tilde{s}_{k+1}^* := L_l(\tilde{s}_{k+1} - t) + t \quad (13-7)$$

즉, 위의 알고리즘에 의해 초기치  $\tilde{s}_0$ 와 요구정도  $\epsilon$ 가 주어지고 수정량이  $\tilde{\delta}_k < \epsilon$ 를 만족할 때까지 (13-1)부터 (13-7)까지 반복적으로 컴퓨터상에서 계산하여 근사값을 구하면 된다.

이것은 Wegmann 반복법을 수치적으로 실행하기 위해서 (10-1)부터 (10-5)를 단순히 이산화한 (13-1)부터 (13-6)까지의 알고리즘에 수렴하는 문제의 범위를 넓히기 위해 저주파필터를 (13-7)와 같이 적용한 것이다.

다음은 (13-7)를 적용한 반복법이 수렴하기 하기 위한 필터 파라미터의 결정과 오차평가에 대해 설명한다.

### 4. 저주파필터의 결정과 오차평가

문제영역의 경계가

$$\eta(t) = (1 + \xi(t))e^{it} \quad (14)$$

로 표현되는 영역으로하고  $\xi$  와  $\xi$  가

$$\xi(t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_{\nu} e^{i\nu t}, \quad \xi(t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} d_{\nu} e^{i\nu t} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \nu c_{\nu} e^{i\nu t} \quad (15)$$

로 Fourier 전개된다고 하자. 위의  $\xi$ 와  $\xi$ 의 Fourier계수로 부터 다음과 같이  $D_0$  와  $D_{\mu}$ 를 정의한다.

$$D_0 := |c_0| + 4 \sum_{k=1}^{\infty} |d_k|, \quad D_{\mu} := 2|d_{\mu}| + 4 \sum_{k=\mu+1}^{\infty} |d_k|, \quad 1 \leq \mu \leq \infty \quad (16)$$

저주파 필터의 파라미터  $l$ 를 식 (16)의  $D_l$  ( $l=0, 1, \dots$ )이 1 미만이 되도록 결정하면 알고리즘(13-1)에서 (13-7)에 의한 반복법은 수렴한다[3].

일반적으로 반복법에 의해 구한 근사값이 얼마나 유효한 것인가를 평가하기 위해서 참값과의 차이를 계산하는데 여기서는 참값을 모르더라도 오차평가를 가능하게 하는 방법을 제안한다.

오차평가를 위해 필요한 수학적 이론을 설명하고 저주파 필터를 적용한 위의 알고리즘에 적용하여 그 유효성을 입증하도록 한다.

Sobolev 공간  $W$ 를

$W := \{f \in C(T) : f' \in L^2(0, 2\pi)\}$ 로 정의하고 노름으로  $\|f\|_W := \max(\|f\|_0, \|f'\|_2)$ 를 사용하기로 한다.

여기서  $\|f\|_0 := \max_{t \in T} |f(t)|$ ,  $\|f\|_2 := (\int_0^{2\pi} |f(t)|^2 dt)^{1/2}$ 이다.  $A_r$ 를 어떤 영역  $G_r := \{z : |Imz| < r\}$ , ( $r > 0$ )에서 해석적(analytic)인 함수공간으로 하고 노름으로는  $\|f\|_r := \sup |f(z)|$ ,  $z \in G_r$ 를 사용한다. 그러면  $W$ 에 속하는  $f \in A_r$ 인 함수에 대해서

$$\|f\|_W \leq C \|f\|_r, \quad (17)$$

를 만족하는 상수  $C$ 가 존재한다[6]. 그리고 Wegmann[6]에 의하면

$$\|K_N f - Kf\|_W \leq c \|f\|_r N \exp(-rN/2) \quad (18)$$

를 만족하는 정수  $c$ 가 존재한다.

그리고 문제영역의 경계함수  $\eta \in A_{\sigma}$ , ( $\sigma > 0$ )가  $|\dot{\eta}(s)| \geq c_1 > 0$ ,  $|\ddot{\eta}(s)| \leq C_1$  ( $c_1, C_1$ : 상수)이고 초기치를  $s_0(t) \in A_r$ 에서 잘 선택을 하면 근사값  $s_k$ 가 참값  $s$ 로 수렴하게 되며 충분히 큰 표본수  $N$ 에 대해서

$$\|s_k - \tilde{s}_k\| \leq C_k N e^{-rN/2} \quad (19)$$

이 되는  $C_k$ 가 존재한다[6]. 여기서  $\tilde{s}_k$ 는 (13-6)에서와 같이  $s_k$ 를 이산영역에서 구한 것이다.

그러나 상수  $C_k$ 는  $k$ 에 의존하기 때문에 반복법에 따라 급격히 커질 가능성이 있다. 이것이 문제의 난이도에 따라 실제 Wegmann해법에 의해서는 발산하여 해를 구할 수 없는 원인이 된다고 사료된다.

(19)식의  $\tilde{s}_k$ 에 대신에 저주파필터에 의해 구한 (13-7)의  $\tilde{s}_k^*$ 를 대입하면

$$\|s_k - \tilde{s}_k^*\|_W < C_0 N e^{-rN/2} \quad (20)$$

를 만족하는 상수  $C_0 \ll 1$ 이 존재한다.

(10-5)식의 이산화한 수치적 반복법에서는

$$\tilde{\Phi}_{k+1}(e^{it}) := -(\tilde{\lambda}_k + K_N \tilde{q}_k + v_k^n \cos nt - i \tilde{q}_k) \exp(it - \tilde{w}_k + i \tilde{v}_k)$$

로 계산한다.

(17)식과 Wegmann[6]의 Lemma5로부터 충분히 큰 표본수  $N$ 에 대해서  $\tilde{s}_{k+1}$ 를 반복법에 의한 근사값이라 하고  $s$ 를 참값이라고 하면

$$\|\tilde{s}_{k+1} - s\|_W \leq C_m \|\eta(\tilde{s}_{k+1}(e^{it})) - \tilde{\Phi}_{k+1}(e^{it})\|_r \quad (21)$$

를 만족하는  $C_m$ 이 존재한다.

그러므로 이것은 참값  $s$ 를 모르더라도 (21)식의 좌변의 실제오차 대신에 우변의 식에 의해 오차평가가 가능함을 말해주는 것이다.

### 5. 수치실험

수치실험 예로서는 참값을 알고 있는 고전적인 예인 편심원을 다루었다. 이것은 (21)식 좌변의 실제의 오차와 본 연구에서 제안한 (21)식 우변의 추정오차를 비교하기 위해서이다.

실험결과에 사용한 기호는 다음과 같은 의미를 갖고 있다.

$R$  : 형상 파라메터  $N$  : 표본수  
 $k$  : 반복횟수  $s$  : 참값

$$ER := \max_{\nu=0,1,\dots,N-1} |s(t_\nu) - \tilde{s}_{k+1}(t_\nu)| \quad t_\nu = 2\pi\nu/N$$

$$E := \max_{\nu=0,1,\dots,N-1} |\eta(\tilde{s}_{k+1}(t_\nu)) - \tilde{\Phi}_{k+1}(e^{it_\nu})|$$

즉,  $ER$ 은 참값과 근사값과의 차인 실제오차이며  $E$ 는 참값을 모르더라도 오차를 추정할 수 있는 추정오차이다. 추정오차의 유효성을 알아보기 위하여 수치실험을 한 결과를 표1,2에 나타내었다.

수치실험 예인 편심원은 다음과 같은 경계함수를 나타낸다.

(수치실험 예) 편심원

$$\text{경계: } \eta(s) = \rho(s) e^{is}$$

$$\rho(s) = \frac{R \cos s + \sqrt{1 - R^2 \sin^2 s}}{R + 1}, \quad 0 \leq R < 1$$

$$\text{해: } s(t) = \arctan \frac{R \sin t}{1 - R \cos t} + t$$

위의 수치예인 편심원은 형상 파라메터  $R$ 이 1을 향해 커질수록 변형이 심해져서 문제가 어려워지는 예이다.  $R=0.6$ 일 경우 <표 1>에 나타난 것처럼 실제오차와 추정오차가 거의 비슷하므로 참값을 모르더라도 추정오차  $E$ 에 의해 오차평가가 가능함을 알 수 있다. 난이도가 높은  $R=0.9$ 의 경우도 <표 2>에서와 같이 실제오차와 추정오차의 차이가 거의 없으므로 본 연구에서 제안한 (21)식의 우변의 추정오차의 유효성이 수치실험에 의해 확인되었다.

<표 1> 실제오차  $ER$  와 추정오차  $E$  의 비교(  $N=64, R=0.6$  )

$k$	$ER$	$E$
1	0.809E+00	0.682E+00
2	0.426E+00	0.379E+00
3	0.141E+00	0.139E+00
4	0.111E-01	0.109E-01
5	0.101E-03	0.158E-03
6	0.285E-05	0.734E-05
7	0.210E-06	0.544E-06
8	0.896E-07	0.208E-06
9	0.836E-07	0.204E-06

<표 2> 실제오차  $ER$ 와 추정오차  $E$ 의 비교(  $N=256, R=0.9$  )

$k$	$ER$	$E$
1	0.210E+00	0.185E+00
2	0.251E-01	0.240E-01
3	0.365E-03	0.444E-03
4	0.110E-05	0.492E-05
5	0.427E-07	0.191E-06
6	0.944E-08	0.108E-07

## 6. 결 론

수학적 모델을 컴퓨터 상에 실현시킬 때 효율적인 알고리즘을 연구하고 개발하는 것이 수치해석학의 궁극적인 목표이다. 일반적으로 수학적 이론의 결과와 디지털 신호 체계를 갖고 있는 컴퓨터상의 계산결과는 정확하게 같지 않으며 이 차이를 오차라고 한다. 오차가 생기는 원인에는 연속적인 함수를 디지털화 즉 이산화하면서 생기는 등 여러 가지가 있다. 효율적인 알고리즘을 위해서는 수학적 이론의 결과인 참값과 컴퓨터 상에서의 결과인 근사 값과의 차이인 오차를 줄이려는 연구가 필요하며 따라서 근사 값이 얼마나 참값에 가까운가를 측정하는 오차평가는 대단히 중요한 연구과제인 것이다. 대부분의 경우 참값을 모르면 정확한 오차를 평가할 수 없다. 본 연구에서는 수치등각사상을 구하는 해법 중에서 저주파를 적용한 Wegmann 해법 있어 오차평가를 어떻게 할 것인가에 대하여 논하였다.

본 논문에서는 몇 가지 수학적 이론을 근거로 참값을 모르더라도 근사 값이 얼마나 참값에 가까운가를 측정할 수 있는 오차평가에 관한 방법을 제안하였으며 수치실험을 통하여 그 유효성을 입증하였다. 지금까지 알고리즘의 효율성을 검증하기 위한 오차평가를 위해 수치실험의 예로 참값이 알려져 있는 예만을 사용하였으나 앞으로는 참값을 모르는 예도 사용할 수 있게 되었으며 실제로 대부분의 문제가 참값을 모르기 때문에 수치실험을 하는 것이므로 본 연구의 결과는 일반적인 문제에 있어 오차평가가 가능해졌다는 점에서 그 의미가 크다고 사료된다. 또한 저주파필터를 적용한 Wegmann해법에 있어 필터 파라메터를 결정하는 방법과 함께 본 연구에서 제시하는 추정오차를 이용하면 알고리즘의 자동화가 가능하다는 점도 주목할 만하다.

## 참 고 문 헌

- [1] Wegmann R. "Discretized versions of Newton type iterative methods for conformal mapping." J. Comput. Appl. Math. 29, No. 2, pp.207-224, 1990.
- [2] 송은지, "저주파 필터를 이용한 Wegmann방법의 개발에 관한 연구", 한국정보처리학회 논문집 제8-A권 제4호, pp.503-508, 2001.
- [3] 송은지, "저주파를 적용한 Wegmann방법의 수렴성에 관한 연구", 한국정보처리학회 논문집 제11-A권 제2호, pp.203-206, 2004.
- [4] Gutknecht, M. H. "Numerical conformal Mapping Methods Based on Function Conjugation," J. Comput. Appl. Math. 14, No.1,2, pp.31-77, 1986.
- [5] Wegert, E. "An iterative method for solving nonlinear Riemann-Hilbert problems," J. Comput. Appl. Math.29, No.29, pp.311-327, 1990.
- [6] Wegmann R. "Convergence proofs and error estimates for an iterative method for conformal mappig", Numer. Math.

44, pp.435-461, 1984.

- [7] 송은지, “등각사상에 있어 Theodorsen방정식의 고속해법”, 한국정보처리학회 논문집 5권2호, pp.372-379, 1998.
- [8] 송은지, “Hübner 방법에 기초한 수치등각사상의 자동화 알고리즘”, 한국정보처리학회 논문집 제6권 제10호, pp.2716-2722, 1999.
- [9] 天野 要, “代用電荷法に基づく双方向的な數値等角寫像の方法” 日本情報處理學會論文集 Vol.31, No.5, pp.623-632, 1990.

## 송 은 지



e-mail : sej@nsu.ac.kr

1984년 숙명여자대학교 수학과(이학사)

1988년 일본 나고야(名古屋)국립대학 정보공학과(공학석사)

1991년 일본 나고야(名古屋)국립대학 정보공학과(공학박사)

1991년~1992년 일본 나고야(名古屋)국립대학 정보공학과 객원연구원

1993년~1995년 연세대학교 전자계산학과 시간강사

1993년~1995년 상지대학교 병설 전문대학 전자계산학과 전임강사

1996년~현재 남서울대학교 컴퓨터학과 부교수

관심분야: 수치해석, 암호론, 디지털컨텐츠, 컴퓨터 그래픽스등