

# 근사 곡률을 이용한 3차원 치아 모델의 기하학적 특징 검출

장 진 호<sup>†</sup> · 유 관 희<sup>††</sup>

## 요 약

최근 몇 년간 의학 분야에서는 인체의 해부학적 구조를 컴퓨터 그래픽스 기술을 통해 컴퓨터로 재구성하려는 많은 시도가 있었다. 이러한 시도는 치의학 분야에서도 이루어져 왔으며, 여러 분야에 응용되고 있다. 예를 들어, 치과 자료의 3차원 가시화와 측정, 임플란트 식립 위치 찾기, 보철학에서 인공치아 재건을 위한 곡면 재구성과 교정학에서 치아의 재위치 등이 그 예이다. 본 논문에서는 이들 치의학 응용 분야에서 가장 중요하게 사용되고 있는 교두, 능선, 열구 및 피트와 같은 치아의 기하학적인 특징을 검출하기 위한 기법을 제시한다. 제안된 방법은 석고 모형의 3차원 입력으로 만들어진 3차원 치아 모델에서 계산된 근사 곡률에 기초한다. 제안된 방법을 사용하여 검출된 결과는 기하학적인 특징을 보여주며, 제안한 방법과 다른 기존의 방법의 가시적 비교를 통해, 제안한 방법이 좀더 정확한 기하학적인 특징을 검출하는데 유용하게 사용될 수 있음을 알았다.

## Geometric Features Detection of 3D Teeth Models using Approximate Curvatures

Jin-Ho Jang<sup>†</sup> · Kwan-Hee Yoo<sup>††</sup>

### ABSTRACT

In the latest medical world, the attempt of reconstructing anatomical human body system using computer graphics technology awakes people's interests. Actually, this trial has been made in dentistry too. There are a lot of practicable technology fields using computer graphics in dentistry. For example, 3D visualization and measurement of dental data, detection of implant location, surface reconstruction for restoring artificial teeth in prostheses and relocation of teeth in orthodontics can be applied. In this paper, we propose methods for definitely detecting the geometric features of teeth such as cusp, ridge, fissure and pit, which have been used as most important characteristics in dental applications. The proposed methods are based on the approximate curvatures that are measured on a 3D tooth model made by scanning an impression. We also give examples of the geometric features detected by using the proposed methods. Comparing to other traditional methods visually, the methods are very useful in detecting more accurate geometric features.

**키워드** : 컴퓨터 그래픽스(Computer Graphics), 인공치아(Artificial Teeth), 치아 기하학적 특징(Teeth Geometric Features), 근사곡률(Approximate Curvatures)

### 1. 서 론

최근 몇 년간 의학분야에서는 해부학적(anatomic) 구조들을 디지털화하고, 이것을 컴퓨터 그래픽 처리를 통해 면(surface)으로 재구성(reconstruction)하는 방법에 대한 관심이 증대돼 왔다. 이런 해부학적 구조의 재구성 기술이 치과 치료에도 다양하게 응용되고 있다. 뿐만 아니라 이러한 기술은 컴퓨터를 통한 치과 자료의 디지털화, 치과 정보의 3차원 시각화, 치아 표면의 마모도 측정이나, CAD(computer

aided design)-CAM(computer aided manufacturing) 기술을 이용한 자동화된 인공치아 제조, 의치의 틀(impression)이나 금형(die)을 복제할 때 정확도 측정 등 다양한 분야에 응용되고 있다[1, 2, 8].

치과 치료 중 가장 중요한 부분 중의 하나가 인공치아 보철물의 재건이다. 현재 이러한 인공 치아 보철물 제작은 치과 기공사에 의해 수작업으로 이루어지고 있다. 이로 인해 제작된 인공 치아 보철물의 정확도가 떨어질 뿐만 아니라, 제작 기간 역시 평균 4일을 요해 신속한 제작이 불가능하다. 더구나 보다 정확하고 빠르게 보철물을 제작하기 위해서는 숙련된 기공사가 요구되며 이를 위해서는 수년간의 경험이 요구된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 CAD-CAM 기술을 기반으로 한 인공 치아 보철물 재건에 대한 연

\* 이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2002-03-D00309).

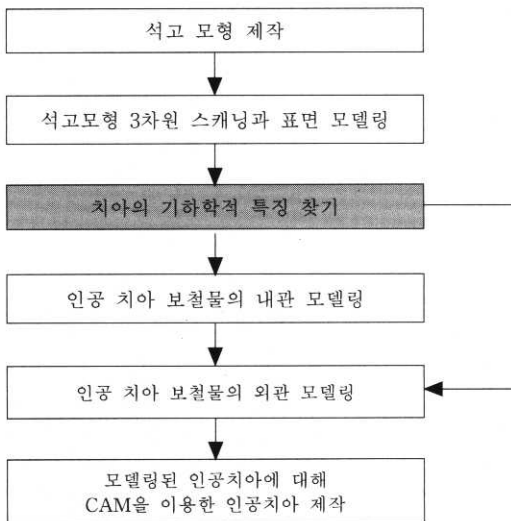
† 정 회 원 : (주)시멘텍

†† 종신회원 : 충북대학교 컴퓨터교육과, 정보산업공학과, 컴퓨터정보통신 연구소 교수

논문접수 : 2002년 9월 27일, 심사완료 : 2003년 5월 2일

구가 활발히 진행되고 있다[1-4, 8, 9, 14].

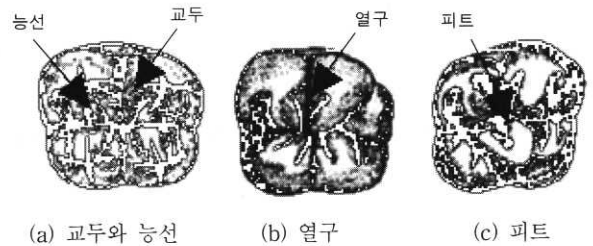
일반적으로 CAD-CAM 기술을 이용한 인공 치아 재건 시스템의 과정은 (그림 1)과 같다[8]. 각 과정을 살펴보면 먼저 환자 치아의 본을 뜬 석고 모형을 제작한다. 이 과정은 기존의 치과에서 진행되었던 과정과 동일하다. 그 다음이 석고 모형을 3차원 스캐너로 입력받아 치아의 표면을 모델링한다. 모델링된 치아 데이터에서 치아의 기하학적인 특징 정보를 검출해 낸다. 일반적으로 인공 치아는 내관과 외관으로 구성되며, 내관은 치과의사가 갈아낸 치아와 접촉하는 면을 의미하며, 외관은 만들어진 인공치아를 환자에게 끼웠을 때 밖으로 들어나는 면을 말한다. 검출된 기하학적 특징 정보를 이용하여 인공치아의 내관을 컴퓨터상에서 모델링한 후, 실제 치아의 겉모양인 내관 위에 씌우게 될 외관을 역시 컴퓨터상에서 모델링한다. 마지막으로, 제작된 내관과 외관의 모형을 CAM 기계로 깎아내면 인공치아가 완성된다.



(그림 1) CAD-CAM을 이용한 인공치아 제작과정

(그림 1)에서 보는 바와 같이 3차원 치아 모델의 표면상에 기하학적 특징은 인공치아의 내관과 외관을 모델링하는데 있어 가장 기본적으로 사용된다. 따라서 이러한 기하학적인 특징을 얼마나 정확히 검출하느냐에 따라 좀 더 정확한 인공 치아 모델링이 가능한데, 치의학 분야에서 주요하게 고려되는 기하학적 특징으로는 변연(margin), 능선(ridge), 교두(cusp), 피트(pit), 열구(fissure) 등이 있다[16]. 이들 특징들 중 변연은 치과의사가 환자 치아의 일부를 깎아 낼 때, 깎여진 부분과 그렇지 않은 부분의 경계를 말한다. 나머지 특징들은 치아가 원래 갖고 있는 특징으로 이를 쉽게 설명하기 위해 (그림 2)와 같은 어금니 표면을 고려한다. 교합 작용에 의해 어금니 표면은 반대편에 위치한 어금니와 교합이 일어난다. 교합시 반대편 치아와 닿는 부분을 교합면이라 하며 교합면에서 봉우리처럼 튀어나온 부분을 교

두(그림 2)(a)라 하고, 교두로부터 내려오는 부분을 능선(그림 2)(a)이라 한다. 그리고 치아 표면에서 불규칙하게 오목한 함몰 부위를 열구(그림 2)(b)라 하고, 이들 열구 중에서 가장 깊고 작은 점 모양의 속 들어간 부분을 피트(그림 2)(c)라 한다.



(그림 2) 치아의 기하학적 특징

(그림 2)에서 언급한 능선, 교두, 열구 및 피트를 검출하기 위해서는 (그림 1)에서와 논의한 바와 같이 미리 제작된 치아 모형이 3차원 입력기에 의해 입력되어 있어야 할뿐만 아니라 이렇게 입력된 정보를 이용하여 3차원 표면 모델링이 이루어져야 한다. 본 논문에서는 치아 모형의 정확한 입력을 위해 비접촉식 입력기 대신 정확도가 높은 3차원 접촉식 입력기(3D touched scanners)를 사용하였다. 일반적으로 접촉식 입력기는 접촉에 의해 표면 정보를 검출하는 프로브(probe)를 갖고 있으며, 이 프로브는 상하로 움직이면서 스캔라인(scanline) 형태로 이동한다. 이러한 사실로부터 검출된 정보들이 XY 평면에 격자 형태로 나열된 점들의 집합임을 알 수 있다. 본 논문에서는 격자 점들을 이용한 메쉬 생성 알고리즘[10]을 이용하여 치아 모델의 표면을 구성하였다.

일반적으로 3차원 모델에서 기하학적 특징을 검출하기 위해서는 특징을 나타낼 수 있는 기준(measure)이 요구되며, 그 기준으로 곡률(curvatures)이 널리 사용된다[10-12, 14, 15]. 곡선상의 임의의 점에서 곡률은 그 점에서의 길이 변화량에 대한 방향 변화량의 순간 변화율로 정의되며, 곡면상의 임의의 점에서의 곡률은 그 점을 통과하면서 만들어질 수 있는 평면과 곡면간에 교차하는 곡선상의 곡률들에 의해 정의된다. 특히 이들 평면이 무수히 많기 때문에 곡면상의 임의의 점에 대해 정확한 곡률을 정의하기란 그리 쉽지 않다. 따라서 곡면에서의 많은 연구는 곡면상의 임의의 점에 대한 곡률을 정의된 곡률에 얼마만큼 근사시킬 수 있는 곡률(이를 근사 곡률이라 함)을 계산하는데 초점이 맞추어져 이루어져 왔다. 본 논문에서는 3차원 접촉식 입력기에 의해서 얻어진 정보를 이용하여 모델링된 치아 모델에서 능선, 교두, 열기 및 피트와 같은 기하학적 특징을 찾기 위해 적용될 수 있는 기존의 근사 곡률 연구 결과를 먼저 조사한다. 그리고 석고 모형의 입력 특성과 치아 모델의 특성을 고려하여 명확하게 이들 특성을 표현할 수 있는 세 가지

근사 곡률 계산 방법을 제시한다. 제시된 첫 번째 방법은 입력된 점들이 스캔라인 형태로 나열되어 있다는 특성을 이용하는 방법으로 먼저 각 스캔라인에 존재하는 점들을 이용하여 B-스플라인(B-spline) 곡선을 구한다. B-스플라인 곡선이 3차 매개변수에 의해 정의되므로 곡선상의 모든 정점에 대한 곡률이 정의되고 계산될 수 있다. B-스플라인 곡선상에 구해진 곡률을 이용하여 치아 모델의 기하학적 특징을 검출한다. 다음으로 본 논문에서는 능선, 교두, 열기 및 피트와 같은 기하학적 특징이 치아 모델의 상단 표면에 존재할 뿐만 아니라 Z축에서 가시하다는 사실로부터 치아 모델의 각 곡면에 대한 법선 벡터(normal vector)의 특성 분석을 통하여 이들 특징을 검출할 수 있는 기법을 제시한다. 마지막으로 치아 모델 표면을 구성하는 각 에지와 정점에 대해 기존 근사 곡률 계산 방법과는 다른 근사 곡률을 계산하는 방법을 제시하고 이를 통해 얻어진 근사 곡률을 이용한 치아의 기하학적 특징을 검출할 수 있는 방법을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 교두, 능선, 열기 및 피트와 같은 치아의 기하학적 특징을 찾기 위해 적용될 수 있는 기존 연구 결과를 언급하고, 제 3장에서는 본 논문에서 제안한 기하학적 특징을 찾기 위한 세 가지 방법을 기술한다. 이들 방법은 석고모형을 입력받아 구성된 3차원 표면 모델상의 곡률 개념을 이용하고 있다. 제 4장에서는 제안된 방법과 기존 방법에 의해 검출된 치아의 기하학적 특징을 가시적으로 보여주는 결과를 제시한다. 마지막으로 제 5장에서는 논문의 결과를 요약하고 향후 연구 방향을 제시한다.

## 2. 근사 곡률 계산을 위한 기존 연구

이 장에서는 접촉식 3차원 입력기를 이용하여 얻어진 치아 모델에서 교두, 능선, 열기 및 피트와 같은 기하학적 특징을 검출하기 위해 적용될 수 있는 기존 연구 결과를 소개한다. 일반적으로 원하는 기하학적인 특징은 보다 큰 곡률을 갖는 점에서 형성될 수 있어 대부분 3차원 모델에서 기하학적 특징을 찾기 위해서는 곡률(curvature)을 기준치로 사용하는데[10-12, 14, 15], 곡률은 특정한 점에서 기울기의 변화량으로 정의된다. 따라서 곡률은 2차 이상 미분 가능한 곡선 혹은 곡면에 대해서 정의된다. 그러나 면들의 집합으로 표현된 메쉬 모델(mesh model)에서는 표면상의 임의의 점에서 2차 미분을 할 수 없으므로 임의의 점에 대한 곡률이 정확히 정의될 수 없다. 따라서 메쉬 모델에서는 특정 점에 대해 곡률에 가장 근접한 근사 곡률을 계산하는 다양한 기법이 제시되고 있다. 이 장에서는 메쉬 모델로 표현된 치아 모델에 적용할 수 있는 대표적인 근사 곡률 계산 연구 결과를 소개한다.

본 논문에서 스캔라인 방식의 3차원 접촉식 입력기를 사용하므로 입력된 3차원 치아 정보는 순서화된 점들로 구성된 다각선들의 집합으로 구성된다. 이러한 모델에서 가장 쉽게 접근할 수 있는 방법은 다각선상에서의 곡률을 이용하는 방법이다. 일반적으로 다각선상의 곡률은 정점에서 정의되며, 가장 대표적으로 사용되는 방법이 Rosenfeld[11]에 의해 제시되었다. n개의 정점  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 로 구성된 다각선이 주어졌다고 가정할 때, Rosenfeld[11]는 특정 점  $P_k$ 의 곡률  $C_k$ 을 계산하기 위해 인접 점,  $P_{k-1}$ 와  $P_{k+1}$ 간의 사이각  $\theta$ 을 사용하였다. 두 벡터  $a_k = P_{k-1} - P_k$ 와  $b_k = P_{k+1} - P_k$ 라 할 때, 인접 정점간의 사이각  $\theta$ 은 이들 두 벡터의 내적에 의해 계산된다. 그는 사이각  $\theta$ 를 이용하여 식 (1)과 같이 근사 곡률을 구하였다. 곡률은 0부터 1사이의 값을 갖게 된다.

$$C_k = \frac{1}{2}(1 + \cos(\theta)) \Rightarrow C_k = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_k \cdot b_k}{\|a_k\| \|b_k\|} \right) \quad (1)$$

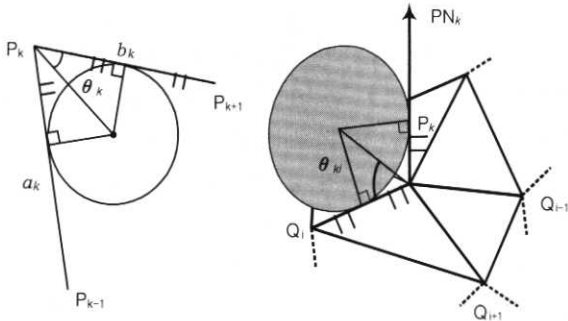
Turk[9]은 곡선의 곡률을 원의 반경으로 나타낼 수 있다는 데 착안했다. 앞서와 같이 특정 점  $P_k$ 의 곡률  $C_k$ 을 계산하기 위해 우선 두 벡터  $(P_{k-1} - P_k)$ 와  $(P_{k+1} - P_k)$ 중 길이가 짧은 벡터를 구한다. 일반성에 모순 없이 구한 벡터를  $(P_{k-1} - P_k)$ 라 할 때,  $a_k = (P_{k-1} - P_k)/2.0$ 라 놓고  $P_k$ 로부터 벡터  $(a_k - P_k)$ 의 길이만큼 떨어진  $P_{k+1}$ 로 향하는 직선상에 놓인 점을  $b_k$ 라 놓자. (그림 3)(a)에서와 같이 두 점  $a_k$ 와  $b_k$ 에서 두 벡터  $(P_{k-1} - P_k)$ 와  $(P_{k+1} - P_k)$ 에 수직인 두 직선을 각각 구한 후, 이들 두 직선의 교차점을  $C$ 라 할 때, 분명  $Dist(C, a_k) = Dist(C, b_k)$ 이다. 여기서  $Dist(C, a_k)$ 는  $C$ 와  $a_k$ 간의 길이이다. 그리고  $C$ 를 중심으로 하고 반지름이  $Dist(C, a_k)$ 인 원을 이용하여  $1/Dist(C, a_k)$ 를 구한다.  $\theta_k$ 를 두 벡터  $(P_{k-1} - P_k)$ 와  $(C - P_k)$ 의 사이 각이라 할 때, 반지름  $r_k$ 는 식 (2)와 같이 구해진다. 따라서 정점  $P_k$ 에서의 곡률은  $C_k = 1/r_k$ 이다.

$$r_k = \tan(\theta_k) |P_{k-1} - P_k| / 2 \quad (2)$$

Turk은 이 생각을 3차원 메쉬 모델로 확장하였다. 메쉬 모델상의 정점  $P_k$ 에서의 곡률을 구하기 위해 그 점에서의 법선벡터  $PN_k$ 를 고려한다. 이때 정점  $P_k$ 에 근접해 있는 점이  $n$ 개라 하고,  $P_k$ 를 포함하는 에지들을 반시계 방향으로  $P_kQ_1, P_kQ_2, \dots, P_kQ_n$ 라 하자. 2차원에서와 유사한 방법으로 두 벡터  $(Q_i - P_k)$ 와  $PN_k$  사이에서 형성되는 원을 정의할 수 있으며, 이를 통해 원의 반지름  $r_{ki}$ 도 같은 방법으로 식 (3)와 같이 정의할 수 있다. 분명  $C_k$ 를 형성된 원의 중심이라 할 때,  $\theta_{ki}$ 는 두 벡터  $(Q_i - P_k)$ 와  $(C_k - P_k)$ 간의 사이

각이다(그림 3)(b). 따라서 정점  $P_k$ 에서의 곡률  $C_k = \max\{1/r_{ki}, i = 1, \dots, n\}$ 이다.

$$r_{ki} = \tan(\theta_{ki})|Q_i - P_k|/2 \quad (3)$$



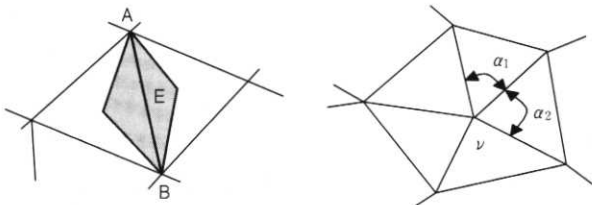
(a) 다각선에서의 곡률 (b) 메쉬 모델에서의 곡률  
(그림 3) Turk의 곡률 근사 방법[9]

일반적으로 3차원 메쉬 모델에서 정확한 곡률을 정의하기가 어려우므로 메쉬 모델의 에지와 정점에서의 평균곡률(mean curvature)과 가우시안 곡률(gaussian curvature)을 근사시킬 수 있는 기법이 다양하게 논의되고 있다. 특정 점에서의 평균 곡률이란 그 점에서의 최대 곡률과 최소 곡률의 평균을 말하며, 가우시안 곡률은 이들 두 곡률의 곱을 말한다. 이들 방법들 중 가장 대표적인 곡률 근사 방법이 Smith[12]에 의해 제안되었으며, 그는 에지  $\overline{AB}$ 의 평균곡률  $C_E$ 를 식 (4)와 같이 정의하였다((그림 4)(a)참조).

$$C_E = \theta \times \frac{L_E}{A} \quad (4)$$

식 (4)에서  $\theta$ 는 에지에 맞닿은 두 면의 법선벡터가 이루는 각도이고,  $L_E$ 는 에지  $\overline{AB}$ 의 길이이다. 그리고  $A$ 는 (그림 4)(a)의 빗금 쳐진 부분으로 각 삼각형 넓이의 1/3이다. 또한 Smith는 특정 점점  $v$ 에 대한 가우시안 곡률  $K_v$ 을 계산하기 위해  $v$ 를 포함하는 인접한 에지들간의 사이각을 이용하여 식 (5)와 같이 정의하였다((그림 4)(b) 참조). 식 (5)에서  $N_v$ 는 정점  $v$ 에 인접한 면들의 개수이고,  $\alpha_i$ 는 정점  $v$ 에 인접한 순서화된 두 에지간의 사이각이다.

$$K_v = \frac{2\pi - \sum \alpha_i}{N_v} \quad (5)$$



(a) 에지에 대한 평균 곡률 (b) 정점에 대한 가우시안 곡률  
(그림 4) 3차원 메쉬 모델에서의 근사 곡률

### 3. 치아 특성과 입력 특성을 고려한 근사 곡률 이용 기법

제 2장에서도 논의한 바와 같이 3차원 치아 모델에서의 기하학적 특징을 검출하기 위해서는 먼저 기하학적 특징을 잘 표현하기 위한 기준치(measure)를 정확히 구하는 것이 무엇보다도 중요하다. 이를 위해 본 논문에서는 치아 모델이 스캔라인 방식의 3차원 접촉식 입력기로부터 얻어져 구성되었다는 특성을 이용하여 교두, 능선, 열구 및 피트와 같은 치아의 기하학적 특징을 검출할 수 있는 근사 곡률을 계산하기 위한 기법을 제시한다.

#### 3.1 B-Spline 곡선의 곡률 이용 방법

일반적으로 3차원 접촉식 스캐너는 스캔라인 방식으로 물체의 정보를 받는다. 따라서 이들 스캐너에 의해 얻어진 점들은 라인(line) 단위로 자료구조에 저장된다. 비록 접촉식 스캐너가 직접 모형의 표면에 닿기 때문에 비교적 정확한 데이터를 얻어내지만, 가끔 스캐너의 접촉부위가 모형의 표면에서 튀는 문제점이 있다. 따라서 이러한 부분의 보정이 필요하게 된다. 이를 위해, 본 논문에서는 라인 단위로 얻어진 점들을 제어 점으로 처리하여 B-Spline 곡선을 생성하였다. 분명 B-Spline 곡선이 불록 특성을 포함하므로, 입력시에 발생하는 튀는 문제가 전체적으로 보정되지는 못하지만 부분적으로 보정될 수 있을 것이다. 이런 생각을 가지고 입력된 제어 점들로부터 먼저 B-Spline 곡선을 구하고, 곡선 상에 생성된 점에 대해 곡률을 구한다[16]. 구해진 B-Spline 곡선상의 곡률을 이용하여 치아 모델을 구성하는 정점  $P$ 에 대한 곡률  $CP$ 를 정의하기 위해 먼저  $P$ 로부터 가장 가까운 거리에 존재하는 B-Spline 곡선상의 정점  $BP$ 를 구한 후,  $BP$ 의 곡률을 정점  $P$ 의 곡률로 근사시킨다. 이렇게 구해진 근사 곡률을 이용하여 치아의 기하학적 특징을 표시한다.

#### 3.2 면의 법선벡터 이용 방법

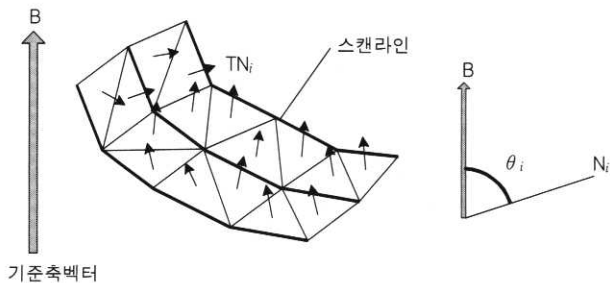
이번 장에서 논의하는 방법은 치아 모델을 구성하는 표면의 법선 벡터를 이용하는 방법으로 이 방법을 사용하는 가장 주된 이유는 치아의 기하학적 특징이 무한대의 직교 시점으로 보이는 표면상에 존재한다는 사실이며, 더욱이 접촉식 입력기를 통해 치아 정보를 입력받을 때 이를 가장 잘 표현할 수 있도록 치아의 석고모형을 위치시킨다는 사실이다. 따라서 직교 시점을 기본 축 벡터  $B$ 로 설정하고, 입력된 점들과 이들 점으로부터 구성될 면에 대한 법선 벡터를 구한다. 법선 벡터를 구하기 위해서는 먼저 주어진 점들을 이용하여 면을 구성하여야 한다. 이를 위해 본 논문에서는 2차원 평면의 격자 상에 주어진 점들에 대한 메쉬 생성 알고리즘을 사용하였다[10]. 입력된 점들에 대한 삼각화 결

과는 (그림 5)와 같다. 분명 각 삼각형은 법선 벡터를 갖는다. 삼각형  $T_i$ 의 법선 벡터  $TN_i$ 를 구하고, 두 벡터  $TN_i$ 와  $B$ 의 사이각  $\theta_i$ 를 구한다. 이들 사이각들을 통해 삼각형  $T_i$ 의 곡률  $TC_i$ 을 식 (6)과 같이 정의할 수 있고, 유사한 방법으로 정점  $V_i$ 에 대한 곡률  $VC_i$ 을 식 (7)과 같이 정의할 수 있다. 분명 이 경우  $\theta_i$ 는 정점  $V_i$ 에서의 법선 벡터  $VN_i$ 와  $B$ 간의 사이각을 의미한다.

$$TC_i = \max \{|\theta_i - \theta_{ik}|\} \quad (6)$$

$$VC_i = \max \{|\theta_i - \theta_{ik}|\} \quad (7)$$

식 (6)에서  $\theta_{ik}$ 는  $T_i$ 에 인접한 삼각형의 법선 벡터와  $B$ 사이에 정의된 사이각이고, 식 (7)에서  $\theta_{ik}$ 는  $V_i$ 에 인접한 정점의 법선 벡터와  $B$ 사이에 정의된 사이각이다.



(그림 5) 기준축을 이용한 곡률 근사 방법

### 3.3 평균 및 최대 근사 곡률 이용 방법

mith[12]에 의해 제시된 평균 근사 곡률 및 가우시안 근사 곡률이 각각 얼마나 평균 곡률과 가우시안 곡률에 근접할 것 인지는 곡률 정의에 얼마나 근접하게 측정 값을 표현했느냐에 의해 결정된다. 본 논문에서는 메쉬 모델에서 평균 근사 곡률을 계산하기 위해 2차원에서 정의된 곡률 개념을 3차원으로 확장하여 정의한다. 메쉬 모델상의 정점  $P$ 에 대한 곡률은  $P$ 를 포함하는 에지들에 의해 정의된다.  $P$ 를 포함하는 에지  $E_i$ 가 정점  $P$ 와 정점  $Q_i$ 에 의해 형성되었다고 가정하자. 분명 메쉬 모델이 삼각형 모델이기 때문에  $P$ 와  $Q_i$ 에 동시에 인접한 두 정점이 존재하며, 이들 두 정점을 각각 (그림 6)과 같이  $Q_{i-1}$ 와  $Q_{i+1}$ 라 한다. 이렇게 구해진 두 정점  $Q_{i-1}$ 와  $Q_{i+1}$ 과 에지  $E_i$ 를 형성하는 두 개의 정점  $P$ 와  $Q_i$ 를 이용하여 에지  $E_i$ 의 곡률을 구한다. 앞에서 논의한 것처럼 Smith [12]는 이 에지를 포함하는 두 면의 법선 벡터와 두 면의 면적을 이용하여 에지의 평균 근사 곡률을 계산하였으나 본 논문에서는 면의 법선 벡터와 면적의 개념을 동시에 표현할 수 있는 근사 곡률 계산 방법을 새롭게 제시한다. 이를 위해 에지  $E_i$ 의 곡률을 정점  $P$ 와  $Q_i$  측면에서 각각 고려한다. 정점  $P$  측면에서는 세 개의 에지  $PQ_{i-1}$ ,  $PQ_i$ ,  $PQ_{i+1}$ 을 통해 형성되는 에지의 형태를 고려하였고, 정점  $Q_i$  측면에서는 세 개의 에지  $Q_iQ_{i-1}$ ,  $Q_iP$ ,  $Q_iQ_{i+1}$ 을 통해 에지 형태를 파악한

다. 먼저 정점  $P$  측면에서의 에지의 형태를 파악하기 위해 (그림 6)에서와 같이 세 개의 에지  $PQ_{i-1}$ ,  $PQ_i$ ,  $PQ_{i+1}$ 의 중앙 점을 모두 통과하는 원을 구한다. 그 원은 당연히 유일하며, 정의된 원의 반지름을  $r_p$ 라 하자. 유사한 방법으로 정점 측면에서의 세 에지  $Q_iQ_{i-1}$ ,  $Q_iP$ ,  $Q_iQ_{i+1}$ 의 중앙 점을 모두 통과하는 원을 구하여 그 원의 반지름을  $r_q$ 라 하자. 2차원에서의 근사 곡률 계산 기법과 유사하게 정점  $P$  측면에서의 에지  $E_i$ 의  $CE_p = 1/r_p$ 로 계산할 수 있다. 유사한 방법으로 정점  $Q_i$  측면에서의 에지  $E_i$ 의  $CE_q = 1/r_q$ 로 계산할 수 있다. 이들 두 곡률을 이용하여 에지  $E_i$ 에 대한 평균 곡률  $CE_i$ 은 식 (8)과 같이 계산될 수 있다.

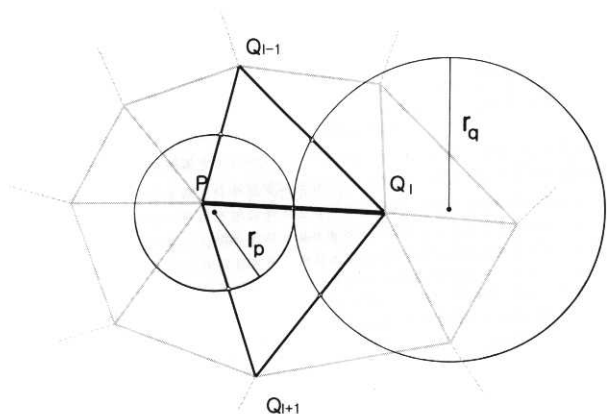
$$CE_i = \frac{CE_p + CE_q}{2} = \frac{r_p + r_q}{2r_p r_q} \quad (8)$$

이제 메쉬 모델을 구성하는 에지의 관점이 아니라 정점의 관점에서 곡률을 고려해 보자. 구해진 에지의 곡률을 이용하여 정점  $P_i$ 에 대한 곡률  $CV_i$ 를 구할 수 있다. 만약  $P_i$ 를 포함하는 에지가  $n$ 개 존재한다고 가정해보자. 그러면  $CV_i$ 는 식 (9)와 식 (10)과 같이 두 가지 방법으로 구해질 수 있다. 먼저 정점에 대한 곡률  $CV_i$ 는 식 (9)와 같이 부속된 에지들의 평균 곡률로 정의될 수도 있고, 혹은 식 (10)과 같이 부속된 에지들의 곡률들 중 최대 값으로 정의될 수도 있다.

$$CV_i = \sum_{i=0}^n CE_i / n \quad (9)$$

$$CV_i = \max \{CE_i, i = 1, \dots, n\} \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)의  $n$ 은 정점  $P_i$ 에 인접한 점들의 개수다.

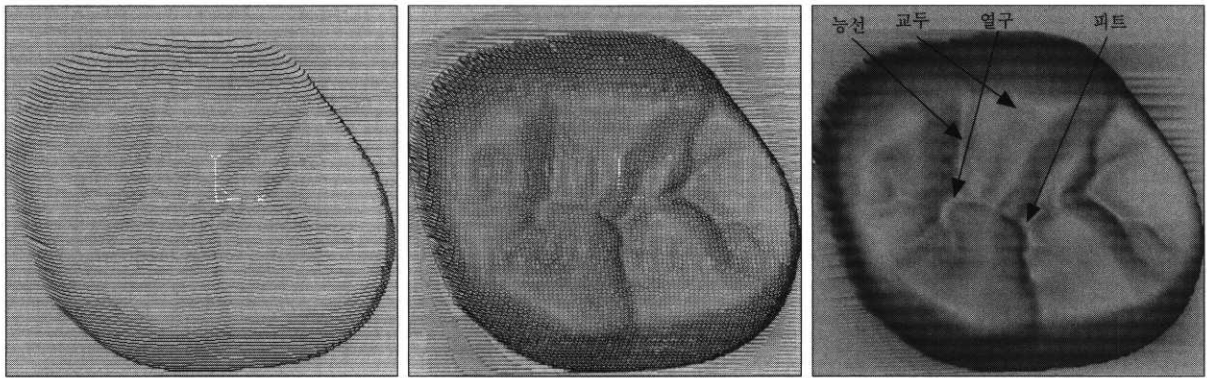


(그림 6) 에지와 정점에 대한 평균 곡률 계산

## 4. 실험 결과

본 논문에서는 3차원 접촉식 입력기와 입력된 치아 정보





(a) 스캔라인 형태의 모델                      (b) 메쉬 와이어프레임 형태의 모델                      (c) 메쉬의 솔리드 모델

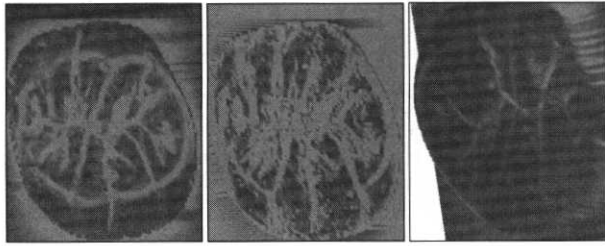
(그림 7) 3차원 접촉식 스캐너로부터 얻어진 상악 제 1대구치의 3차원 모델

의 특성을 고려하여 새로운 근사 곡률 계산 방법을 제시하여 이를 능선, 교두, 열구 및 피트와 같은 치아의 기하학적 특징을 찾는 데 적용하여 보았다. 이들 기법들은 MS 비주얼 V++와 OpenGL 라이브러리를 이용하여 PC 환경에 구현되었다. 치아에 대한 석고 모형의 3차원 스캐닝 작업은 3차원 접촉식 스캐너에 의해 이루어졌다. 예를 들어, (그림 7)이 어금니의 하나인 상악 제 1대구치를 3차원 접촉식 스캐너로 X와 Y에 대해 0.05mm 간격으로 입력받아 생성된 모델로 6028개의 정점과 11866개의 면으로 구성된다. 사용한 접촉식 입력기의 정확도는 0.040mm이다. (그림 7)(a)가 스캔라인 형태의 예, (그림 7)(b)가 (그림 7)(a)와 같이 주어진 격자 정보로부터 생성된 메쉬 모델을 와이어프레임(wireframe)으로 보여주고 있고, (그림 7)(c)가 메쉬의 솔리드 모델의 결과를 보여주고 있다. 상악 제 1대구치의 표면에 나타난 기하학적 특징인 능선, 교두, 열구 및 피트가 (그림 7)(c)에 표시되어 있다.

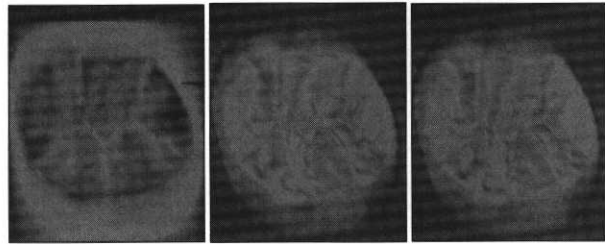
(그림 7)(c)에 나타난 네 가지 기하학적 특징을 검출하기 위해 제 2장과 제 3장에서 소개된 근사 곡률 계산 기법들을 적용하여 보았으며, 그 결과가 (그림 8)에 나타나 있다. 이미지에서 에지를 검출(edge detection)하기 위해 제시된 알고리즘이 얼마나 정확하게 에지를 검출하는지는 화면상에 나타난 에지 검출 결과를 보고 판단한다. 이와 유사하게 본 논문에서도 제 2장과 제 3장에서 제시된 근사 곡률들이 능선, 교두, 열구 및 피트와 같은 특징을 얼마나 잘 표현하고 있는지를 판단하기 가시적 기법을 이용한다. 본 논문에서는 제시된 기법을 치아 모델의 각 정점에 적용하여 근사 곡률을 구하였다. 구해진 곡률을 0.0에서 1.0 사이의 값으로 정규화하였고, 구해진 곡률을 가시적으로 구분하여 렌더링하기 위해 정규화된 곡률을 빨간색의 세기(intensity)로 지정하였다. 따라서 진한 빨간색 부분에서 치아의 기하학적 특징이 가장 잘 검출됨을 의미한다. 다시 말해 능선, 교두, 열구 및 피트 위치에 존재하는 정점의 곡률이 1.0에 근접하면 할수록 특징 표현이 정확하고, 또한 정점의 곡률이 주

위에 존재하는 곡률보다 크면 클수록 좀더 정확하게 특징의 경계를 표현함을 알 수 있다. 본 논문에서는 이러한 두 가지 비교 기준(특징 표시와 특징 경계 표시)을 이용하여 본 논문에서 제시된 기법들을 적용하여 얻어진 결과들을 분석하고자 한다. (그림 8)(a)과 (그림 8)(b)가 각각 Turk와 Rosenfeld에 의해 제시된 근사 곡률을 적용한 결과이다. Turk의 결과에서 열구와 피트가 선명하게 나타나며, 능선과 교두가 일부 가시화되어 있긴 하지만 특성 검출에 필수적인 경계의 명확성이 떨어진다. Rosenfeld의 결과는 특징 표시뿐만 아니라 특징의 경계 표시 측면에서 Turk의 결과보다 좋지 않음을 육안으로 확인할 수 있다. (그림 8)(c)는 Smith의 평균 근사 곡률의 결과를 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 능선과 열구의 일부가 나타나며 경계가 그리 뚜렷하지 않음을 알 수 있다. Smith의 Gaussian 근사 곡률은 결과가 좋지 않아 본 논문에서 수록하지 않았다. (그림 8)(d)에서 (그림 8)(f)까지의 결과가 본 논문에서 제시한 직교 법선 벡터와 평균/최대 근사 곡률 계산 방법에 의해 얻어진 곡률을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 (그림 8)(e)와 (그림 8)(f)는 교두, 능선, 열구 및 피트를 명확하게 표현하고 있음을 알 수 있고, (그림 8)(d)는 교두와 능선의 일부를 표현하고 있음을 알 수 있다. 그러나 기존의 방법에 비해 기하학적 특징들의 경계가 뚜렷하게 표시되고 있지 않음을 알 수 있다. 제시된 방법들이 두 가지 측면을 만족하고 있지 않아 본 논문에서는 기하학적 특징의 위치 표시와 경계 표시의 명확성을 위해 제시된 방법들을 조합하여 적용해 보았다. (그림 8)(g)가 Turk의 결과와 직교법선벡터이용 결과의 차를 적용하여 얻어진 결과로 각 방법에서 문제가 되었던 명확하지 않은 경계 표시가 명확하게 나타남을 알 수 있다. 유사하게 (그림 8)(h)가 Turk의 결과와 평균 근사 곡률의 결과의 차를 적용한 결과를 나타내고 있고, (그림 8)(i)가 Turk의 결과와 최대 근사 곡률의 결과의 차를 적용한 결과를 나타내고 있다. 이들 결과 역시 단일 기법의 적용 결과 보다 기하학적 특징의 위치 표시 및

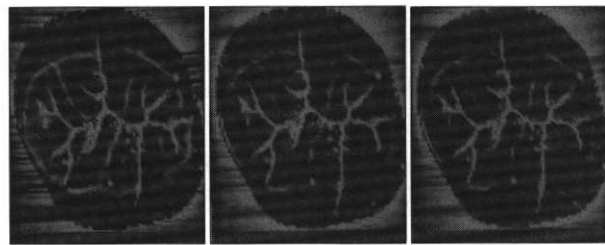
경계 표시가 명확하게 표시됨을 알 수 있다.



(a) Turk의 결과 (b) Rosenfeld의 결과 (c) Smith의 결과(평균)



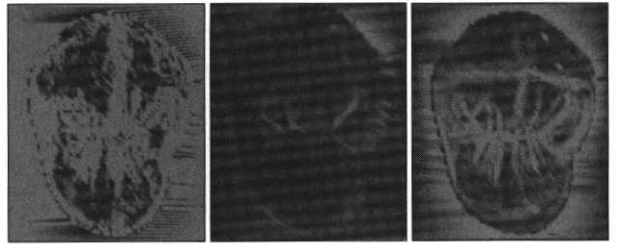
(d) 직교법선벡터 이용결과 (e) 평균근사곡률 이용결과 (f) 최대근사곡률 이용결과



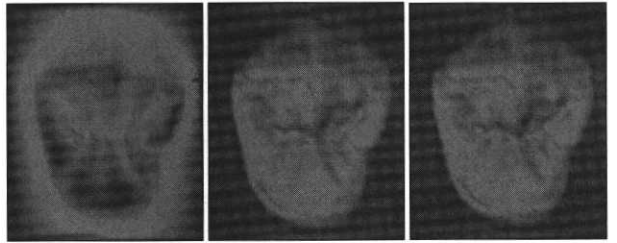
(g) (d)~(a) 이용방법 (h) (e)~(a) 이용결과 (i) (f)~(a) 이용결과

(그림 8) 상악 제 1대구치 치아 모델의 기하학적 특징 검출

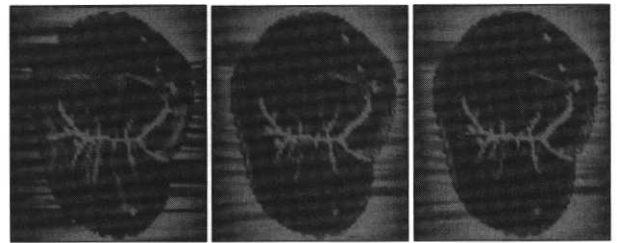
(그림 9)에 나타난 치아 모델은 3447개의 정점과 6734개의 면으로 구성된 상악 제 1소구치 모델이다. 이 모델에 대해서도 (그림 8)(a)~(그림 8)(f)에서와 같이 여섯 가지 기법을 적용하여 치아의 기하학적 특징인 능선, 교두, 열구와 피트를 검출해 보았다. (그림 9)(a)에서 보는 바와 같이 Turk의 결과에서는 교두가 일부 보이고, 능선과 열구가 그래도 명확하게 나타나며, 피트는 불분명하다. Rosenfeld의 결과에서는 상악 제 1대구치의 결과에서와 유사하게 거의 특성 자체를 구분할 수 없음을 알 수 있다. Smith의 평균 근사 곡률 계산 결과는 열구의 일부가 명확히 나타나는 반면 다른 특성은 전혀 검출되지 않음을 알 수 있다. (그림 9)(d)~(그림 9)(f)가 본 논문에서 제시된 근사 곡률 기법에 의해 계산된 결과로 (그림 8)(d)~(그림 8)(f)에서와 유사하게 교두, 능선과 열구에 대한 표시는 명확한 반면 이들 특성의 경계가 불분명함을 알 수 있다. 이를 개선하기 위해 (그림 8)에서와 같이 (그림 9)(d)~(그림 9)(f)와 Turk의 결과의 차를 이용하였으며, 그 결과가 각각 (그림 9)(g)~(그림 9)(i)에 나타나 있다.



(a) Turk의 결과 (b) Rosenfeld의 결과 (c) Smith의 결과(평균)



(d) 직교법선벡터 이용결과 (e) 평균근사곡률 이용결과 (f) 최대근사곡률 이용결과



(g) (d)~(a) 이용방법 (h) (e)~(a) 이용결과 (i) (f)~(a) 이용결과

(그림 9) 상악 제 1소구치 치아 모델의 기하학적 특징 검출

## 5. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 3차원 접촉식 입력기에 의해 얻어진 정보를 이용하여 모델링된 치아 모델의 표면에 나타나는 능선, 교두, 열구 및 피트와 같은 치아의 기하학적인 특징을 찾기 위한 방법을 제시하였다. 이들 기하학적 특징을 명확하게 표시하기 위해 3차원 접촉식 입력기로부터 입력된 치아의 모델의 특성을 고려하여 근사 곡률을 구할 수 있는 세 가지 방법을 제시하였고, 이들 방법과 기존의 방법을 조합하여 적용한 결과가 미리 제안된 다른 기법에 비해 보다 더 선명한 치아의 교두, 능선, 열구와 피트를 검출할 수 있음을 가시적으로 확인할 수 있었다. 그러나 실험을 통해본 결과 상악과 하악 간의 교합 작용 처리를 위해 매우 중요한 교두와 같은 특성은 명확하게 검출되지 않았다. 그 이유는 교두를 형성하는 표면이 다른 기하학적 특징에 비해 상대적으로 부드러운 기울기의 변화량을 나타내는 근사 곡률로는 명확하게 표현되지 않기 때문이다. 따라서 이들 기하학적 특징을 형태학적으로 분석하여 정확히 검출할 수 있는 기법의 연구가 필요하다.

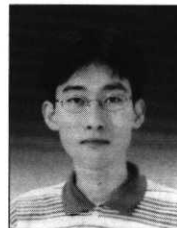
특히, 본 논문에서 논한 치아의 기하학적 특징인 교두,

능선과 열구가 각각 다각선들의 집합으로 구성되어 있기 때문에 본 논문에서 검출된 특징들을 어떻게 서로 연결하여 다각선으로 표현할지가 중요한 향후 연구과제이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Jens Herder, Karol Myszkowski, Toshiyasu L. Kunii and Masumi Ibusuki, "A virtual reality interface to an intelligent dental care system," In Suzanne J. Weghorst, Hans B. Sieburg and Karen S. Morgan, editors, *Medicine Meets Virtual Reality : 4, Health Care in the Information Age, Future Tools for Transforming Medicine*. IOS Press and Ohmsha, January, 1996.
- [2] Karo Myszkowski, Vladimir V. Savchenko, Toshiyasu L. Kunii, "Computer modeling for the occlusal surface of teeth," *IEEE*, 1996.
- [3] T. L. Kunii, K. Myszkowski, O. Okunev and H. Nishida, "Evaluation of human jaw Articulation," 1996.
- [4] Y. Shinagawa, T. L. Kunii, H. Sato and M. Ibusuki, "Modeling contact two complex objects : with an application to characterizing dental articulations," *Computer & Graphics*, Vol.19(1), pp.21-25, 1995.
- [5] E. V. Anoshkina, A. G. Belyaev, O. G. Okunev and T. L. Kunii, "Ridges and ravines : a singularity approach," *International Journal of Shape Modeling*, Vol.1(1), pp.1-12, 1994.
- [6] Alexander G. Belyaev, Elena V. Anoshkina, Runhe Huang, Toshiyasu L. Kunii, "Ridges and ravines on a surface and related geometry of skeletons, caustics, and wavefronts," In R. A. Earnshaw and J. A. Vince, editors, *CG International 95 : Visual Computing - Multimedia, Visualization, and Virtual Reality*, Academic Press, pp.311-326, June, 1995.
- [7] M. Garland and P. S. Heckbert, "Surface Simplification Using Quadric Error Metrics," *ACM Computer Graphics (SIGGRAPH '95 Proceeding)*, pp.209-216, 1995.
- [8] S. K. Eom, B. O Kim, J. Yoo and K. H. Yoo, "Computer modeling techniques for teeth reconstruction," In *Proc. of KISS Conf., Korea, Autumn*, pp.571-573, 1999.
- [9] S. K. Eom, B. O Kim, J. Yoo and K. H. Yoo, "Conus modeling for teeth reconstruction," In *Proc. of KISS Conf., Korea, Autumn*, pp.598-600, 1999.
- [10] M. D. Berg, W. V. Kreveld, M. Overmars and O. Schwarzkopf, *Computational geometry - algorithms and applications*, Springer, 1997.
- [11] Greg Turk, "Re-tiling polygonal surfaces," *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceeding)*, Vol.26, No.2, pp.55-64.
- [12] Andrew D. C. Smith, *The folding of the human brain : from shape to function*, University of London, PhD Dissertations, 1999.
- [13] A. Rosenfeld and E. Johnston, "Angle detection in digital curves," *IEEE Transactions on Computers*, Vol.22, pp.875-878, 1973.
- [14] I. S. Kim, B. O. Kim, K. H. Yoo, D. W. Kang, "Design and fabrication of inner Konus crown using three dimensional computer graphics," *The Journal of Korea Academy of Prosthodontics*, Vol.38, No.4, pp.544-551, 2000.
- [15] F. Yamaguchi, *Curves and surfaces in computer aided geometric design*, Springer-Verlag, 1988.
- [16] 윤창근, 강동완, 정승미, *최신 고정성 보철학*, 도서출판종이, 1999.

### 장 진 호



e-mail : adamas@hanmail.net  
 2000년 충북대학교 컴퓨터교육과(학사)  
 2002년 충북대학교 정보산업공학과(공학 석사)  
 2002년~현재 (주)시멘텍 연구원  
 관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 온라인 게임 프로그램

### 유 관 희



e-mail : khyoo@cbucc.chungbuk.ac.kr  
 1985년 전북대학교 전산통계학과(학사)  
 1988년 한국과학기술원 전산학과(공학 석사)  
 1995년 한국과학기술원 전산학과(공학 박사)

1988년~1997년 (주)데이콤 선임연구원  
 1997년~현재 충북대학교 컴퓨터 교육과, 정보산업공학과, 컴퓨터정보통신연구소 교수  
 관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 치아 모델링, 계산기하학, 온라인 3차원 게임 등