

# 사면체 기반의 볼륨 모델링에서 점근선 판정기를 이용한 영역의 선택

이 건<sup>†</sup>·권 오 봉<sup>††</sup>

## 요 약

3 차원 산포 볼륨 데이터의 모델링(3-D Scattered Data Modeling)은 지질구조 조사, 환경가시화, 초음파 검사 등의 분야에 사용된다. 이러한 분야에 사용되는 데이터는 마칭큐브 알고리즘에서 사용하는 규칙적인 데이터와는 다르게 일반적으로 불규칙적으로 흩어진 데이터이다. 이 논문에서는 우선 불규칙적으로 흩어진 데이터에 적합한 사면체를 영역(domain)으로 하는 볼륨 모델링 기법에 대하여 고찰한다. 다음에 사면체 영역 결정에 애매성이 발생하였을 때 점근선 판정기(asymptotic decider criterion)로 애매성을 해결하는 방법을 제안하고 수식을 구한다. 마지막으로 제안한 방법을 이용하여 간단한 가시화 시스템을 구현하여 구 판정기(sphere criterion)와 비교한다. 사면체의 영역을 결정하는데 있어서 구 판정기는 점의 좌표만을 이용하나 점근선 판정기는 점의 좌표와 그 점이 가지고 있는 함수 값을 이용하므로 보다 정확한 영역 분할이 가능하다.

## Domain Selection Using Asymptotic Decider Criterion in Volume Modeling Based on Tetrahedrization

Kun Lee<sup>†</sup> · Ou-Bong Gwon<sup>††</sup>

### ABSTRACT

3-D data modeling of a volumetric scattered data is highly demanded for geological structure inspection, environment visualization and supersonic testing. The data used in these area are generally irregularly scattered in a volume data space, which are much different from the structured points data (cuberille data) used in Marching cube algorithm. In this paper, first we explore a volume modeling method for the scattered data based on tetrahedral domain. Next we propose a method for solving the ambiguity of tetrahedral domain decision using asymptotic decider criterion. Last we implement a simple visualization system based on the proposed asymptotic decider criterion and compare it with a system based on sphere criterion. In deciding tetrahedral domain, sphere criterion considers only positional values but asymptotic decider criterion considers not only positional values but also functional values, so asymptotic decider criterion is more accurate on deciding tetrahedral domain than sphere criterion.

**키워드 :** 볼륨 데이터 모델링(Volume Data Modeling), 산포 데이터(Scattered Data), 사면체 분할(Tetrahedrization), 영역(Domain), 애매성(Ambiguity), 가시화(Visualization), 변정점법(Side Vertex Method)

### 1. 서 론

가시화(visualization)란 데이터 또는 정보를 그림으로 표시하는 것이다[1]. 가시화를 하기 위해서는 데이터를 모델링하고 이것을 컴퓨터 그래픽스 기술을 이용하여 모니터에 표시하여야 한다. 데이터 모델링은 어떤 현상을 컴퓨터 그래픽스를 이용하여 표시할 수 있도록 수학적인 모델을 만드는 것이다[2]. 가시화는 데이터 양이 많아서 의미를 파악하기 어려운 것을 그림으로 표시하여 관찰하게 함으로서 그곳에 숨어있는 어떤 경향을 쉽게 파악할 수 있게 한다. 많은

종류의 데이터가 있지만 이 논문에서는 3차원 공간에 불규칙적으로 흩어져있는 매우 큰 데이터(3-dimensionally scattered large data)를 대상으로 한다[3-7].

본 연구의 응용 분야는 임의의 샘플링 포인트에서 측정된 환경 데이터의 3차원 가시화, 초음파로 촬영한 인체 기관의 3차원 가시화 등이다. 이러한 데이터는 격자상으로 배열되어 있는 규칙적인 구조화 포인트(structured point) 데이터가 아니고 불규칙적으로 흩어져 있기 때문에 일반적으로 사용하는 마칭큐브 또는 볼륨 렌더링 알고리즘으로 가시화하기가 쉽지 않다. 예를 들어 시화호의 오염도를 측정하여 3차원으로 가시화 할 경우에 측정점을 3차원 격자 형태로 배치하여 모든 곳의 데이터를 측정하는 것은 비효율적이다. 오염도가 심한 곳은 측정 간격을 좁게 하고 그렇지

<sup>†</sup> 정 회 원 : 한동대학교 전자전자공학부 교수

<sup>††</sup> 종 신 회 원 : 전북대학교 전자정보공학부 교수

논문접수 : 2002년 10월 7일, 심사완료 : 2003년 1월 3일

않은 곳은 넓게 한다. 따라서 불규칙적으로 흩어진 데이터가 된다. 본 논문의 연구 목적은 이러한 불규칙적으로 흩어진 3차원 데이터를 가시화 하는 알고리즘을 고안하는 것이다.

가시화 시스템의 사용자는 빠른 상호 작용성과 사실적인 그림을 원하나 방대한 데이터를 빠르게 가시화하기는 쉽지 않다. 하나의 해결 방법은 데이터의 위치와 값을 기하학적인 물체(object)에 매핑하여 이 물체를 평면 그래픽스(surface graphics) 알고리즘으로 렌더링하는 것이다[8]. 이 방법은 평면을 고속처리하기 위하여 설계된 3차원 그래픽스 파이프라인을 이용할 수 있어 사실성을 그다지 희생하지 않고 빠르게 화상을 생성할 수 있다. 일반적으로 많이 사용하는 마칭큐브(marching cube) 알고리즘[9]은 데이터가 공간에 불규칙적으로 흩어져 있는 경우에 적용하기가 쉽지 않다. 이 논문에서는 볼륨 데이터 집합에서 기하학적인 물체를 추출하기 위해서 많이 사용하는 육면체 영역(cube domain) 대신에 사면체 영역(tetrahedral domain)을 사용하여 산포 데이터에 적합한 알고리즘에 관하여 고찰한다. 사면체 영역이 육면체 영역보다 흩어진 데이터에 적합하고 구멍(hole)의 문제를 쉽게 해결 할 수 있기 때문이다[2]. 이 논문에서 사면체 영역의 결정은 베리 조(Barry Joe)의 3차원 삼각형 분할 알고리즘[10]을 기본으로 하나 데이터 점(point)의 함수 값도 동시에 고려한다[8]. 일반적으로 선형 보간의 품질은 3차원 공간에서의 데이터 점들의 분산 상태에만 의존하는 것이 아니라 그 점의 함수 값에도 크게 의존하기 때문에 해당 점의 함수 값을 고려한 영역 결정 알고리즘이 바람직하다[3].

함수값을 고려한 사면체 기반의 데이터 모델링에서도 마칭큐브 알고리즘에서와 같이 애매성 때문에 구멍이 생기는데 이 문제를 해결하기 위하여 마칭큐브 알고리즘에서 사용하는 점근선 판정기를 사면체에 적용하는 것에 관하여 탐구한다. 마칭큐브 알고리즘에서는 네 정점의 위치와 함수 값을 알 수 있어 점근선 판정기를 쉽게 사용할 수 있으나, 사면체의 단면에서는 세 정점의 위치와 함수 값만이 알려져 있어 다른 한 정점을 계산하고 이 정점의 좌표값과 함수값을 구하여야 점근선 판정기를 사용할 수 있다. 이 논문에서는 이 점을 삼각변정점법(side vertex method in triangle)[11]으로 계산하는 방법을 제안한다. 그리고 제안한 방법으로 흩어진 데이터를 사면체로 분할하고 사면체 내부를 선형 보간하여 가시화하는 방법에 대하여 기술한다. 가시화는 등고면의 함수값(contour value)을 지정하여 사면체 영역을 결정하고 이 사면체 정점의 값을 선형 보간(linear interpolation)하여 등고면을 구한 다음에 평면 렌더링(surface rendering)한다.

이 논문의 내용은 다음과 같다. 2장에서는 이 논문의 3장 이후에 고찰할 문제를 수학적으로 형식화(formaliza-

tion)하고 3장에서는 구 판정기, 여러 가지 사면체 분할 방법, 애매성에 대하여 고찰한다. 4장에서는 사면체 분할에서 발생하는 애매성을 점근선 판정기로 해결하는 방법을 제안하고 5장에서는 제안한 방법으로 간단한 가시화 시스템을 구현하여 기존의 구 판정기와 비교한다. 6장에서는 이 논문에서 제안한 방법에 대하여 결론을 내린다.

## 2. 문제의 형식화(formalization)

인터넷을 이용한 가시화에서는 방대한 볼륨 데이터를 제한된 시간내에 가시화하기 위해서 데이터의 축소(data reduction)나 압축(data compression)처리를 한다. CT나 MRI 등의 의료화상 획득장치로부터 획득한 데이터 셋은 일반적으로 매우 규칙적이거나 빠른 표시를 위하여 중요한 데이터만을 추출 할 경우, 규칙성을 잃고 불규칙적으로 흩어진 데이터 집합이 된다[5]. 흩어진 데이터(scattered data)는 3차원 공간상에 랜덤하게 위치하는 점들의 연결되어 있지 않은 데이터 집합으로 정의된다. 가시화하기 위해서는 영역(domain) 공간에서 모든 점의 함수 값이 필요하나 샘플링으로는 일부의 값만을 얻을 수 있기 때문에 함수 값을 보간으로 구하여야 한다. 이것을 식으로 기술하면 샘플링 데이터의 보간은 3차원 실수 공간  $R^3$ 에서 실수 공간  $R$ 로 사상하는 함수 즉 샘플링 포인트  $i = 1, \dots, n$ 에서  $f(x_i, y_i, z_i) = f_i$ 가 성립하는 함수  $f = (x, y, z)$ 를 구하는 것이다[2].

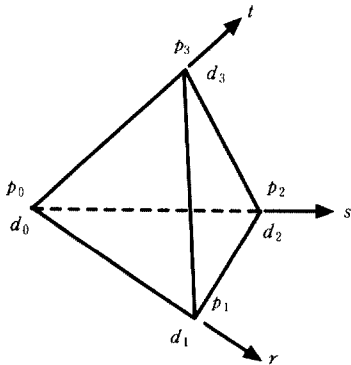
위의 보간 함수는 다음의 2 단계로 계산할 수 있다.

- ① 데이터 볼륨 공간의 내부에서 기하학적인 영역을 정의한다.
- ② 기하학적인 영역의 정점 값을 이용하여 영역 내부의 경사(gradient)를 계산한다.

이 논문에서는 기하학적인 영역으로 사면체를 사용한다. 따라서 3차원 공간에 있는 점들을 네 개씩 묶어 사면체를 구성하는 조건을 만족하도록 해야한다. 볼륨 데이터 공간의  $n$ 개의 점  $p_i = (x_i, y_i, z_i), i = 1, \dots, n$ 는 집단으로 동일 평면(collectively coplanar) 위에 있지 않다고 가정한다. 각각의 점  $p_i$ 는 점의 집합  $P$ 의 원소 즉  $p_i \in P$ 이고 사면체는  $T_{ijkl}$ 로 표시되는 네 개의 점으로 된 집합으로 구성된다. 네 개의 요소  $i, j, k, l$ 은 정수의 원소 즉  $i, j, k, l \in I_t$ 이고 네 개의 점  $p_i, p_j, p_k, p_l$ 는 사면체 즉  $T_{ijkl} \in V_t$ 이다. 이 사면체는 다음 성질을 만족한다[12].

- ① 어떠한 사면체  $T_{ijkl}, i, j, k, l \in I_t$ 도 단순화(degenerate)하지 않는다. 즉  $i, j, k, l \in I_t$ 일 때 점  $p_i, p_j, p_k, p_l$ 는 모두 같은 평면 위에 존재하지 않는다.

- ② 어떤 두 개의 사면체 내부는 서로 교차하지 않는다. 즉 만일  $i, j, k, l \in I_i$  이고  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in I_i$  이라면  $\text{Int}(T_{ijkl}) \cap \text{Int}(T_{\alpha\beta\gamma\delta}) = \emptyset$  이다. 여기서  $\text{Int}$ 는 사면체의 내부를 의미한다.
- ③ 두 개의 사면체는 공통 삼각형의 면에서만 교차한다.
- ④ 가시화의 영역은 모든 사면체의 합집합(union)이다. 즉,  $D = \bigcup_{ijkl \in I} T_{ijkl}$  이다.



(그림 1) 매개 변수를 이용한 사면체의 보간

사면체 영역 내부의 경사는 (그림 1)과 같이 식 (1)로 구한다.

$$a = (1 - r - s - t)d_0 + rd_1 + sd_2 + td_3 \quad (1)$$

여기서  $d_0, d_1, d_2, d_3$ 는 사면체 각 정점의 함수 값이며  $a$ 는 사면체 내부에 있는 한 점의 함수값이다. 값이  $a$ 가 되는 점의 집합이 등고면이 된다.  $r, s, t$ 는 보간을 위한 가중치 매개 변수로 다음 성질을 갖는다.

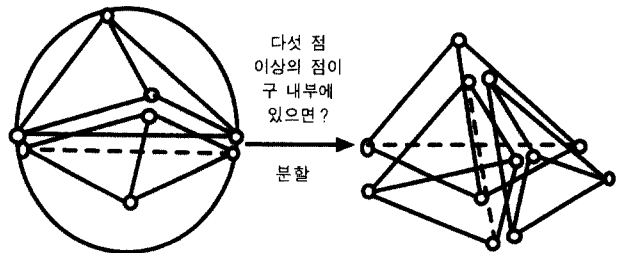
- $p = p_0$  일때 :  $r = s = t = 0$
  - $p = p_1$  일때 :  $r = 1, s = 0, t = 0$
  - $p = p_2$  일때 :  $r = 0, s = 1, t = 0$
  - $p = p_3$  일때 :  $r = 0, s = 0, t = 1$
- 단,  $r + s + t \leq 1, 0 \leq r, s, t \leq 1$

### 3. 영역 판정기 및 사면체 분할

이 장에서는 사면체 영역에 대하여 기술하고 점의 좌표만으로 사면체의 영역을 결정하는 구 판정기와 점의 좌표와 함수값을 동시에 고려하여 영역을 결정하는 점근선 판정기에 대하여 고찰한다. 이어서 데이터 공간의 점들을 사면체로 분할하는 여러 가지 방법을 조사한다. 마지막으로 함수값을 고려한 분할 방법에서 애매성이 발생하는 이유를 알아보고 마칭큐브에서의 해결 방법에 대하여 조사한다.

#### 3.1 구 판정기

홀어진 데이터의 사면체 영역을 구하는데는 일반적으로 델러네이(Delaunay)의 3차원 삼각형 분할 알고리즘을 사용한다[10]. 3차원 삼각형 분할 알고리즘은 (그림 2)와 같이 점들을 서로 중복되지 않게 네 점씩 묶어 하나의 사면체를 만들어 이웃의 사면체와는 면을 공유하게 한다. 이 논문에서는 구 판정기로 델러네이 3차원 삼각형을 기반으로 한 베리 조의 분할 알고리즘을 사용하였다. 베리 조는 사면체 영역 분할 판정기로서 구를 사용하였는데 이 알고리즘은 사면체를 감싸는 구가 네 점보다 많은 점을 내부에 갖지 않는다. 어떤 점을 기준으로 거리에 따라 볼륨 공간에 있는 점을 정렬 한 후에 이 곳으로부터 가장 가까운 네 점을 선택하여 사면체를 구성한다[13]. 그리고 이 사면체를 구성하는 경계면이 다른 사면체와 공유면이 될 수 있는지 검사하기 위하여, 이용할 수 있는 처음 사면체의 중심에서 바깥쪽에 위치하는 점을 찾는다. 만일 이점이 처음 사면체의 바깥쪽에 위치하고 사면체를 구성하면 이 면이 공유하는 면이 된다. 만일 다섯 점 이상의 점이 구 내부에 들어가면 이 점들은 다른 방법으로 분할되어 사면체를 구성한다.



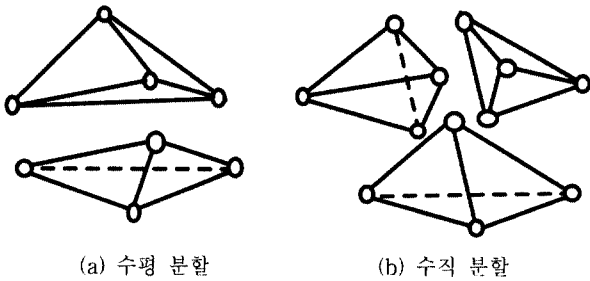
(그림 2) 구 판정기로 데이터 볼륨 공간에 있는 점들을 사면체 영역으로 분할한 모양

구 판정기는 점의 위치만을 사용하고 그 위치가 가지고 있는 함수 값은 고려하지 않는다. 산포 데이터를 사면체로 분할할 때 각 점의 함수 값을 고려하지 않는다면 모든 사면체가 정사면체에 가깝도록 분할하는 것이 바람직하나 함수 값을 고려할 경우에는, 데이터 보간의 품질이 데이터 점의 분산과 그 점의 함수 값에 의해서 결정되기 때문에 구 판정기를 이용한 보간이 언제나 바람직하다고 할 수 없다[14].

#### 3.2 여러 가지 사면체 분할 방법 및 구멍의 발생

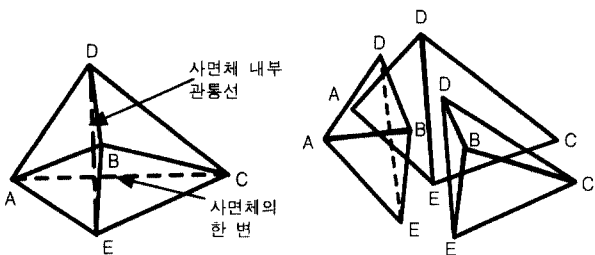
불규칙적으로 홀어진 수많은 점의 데이터를 사면체 영역을 이용하여 가시화하기 위해서는 이웃에 있는 네 점을 사면체로 분할하여야 한다. 데이터 점들의 사면체 분할에서는 분할 대상이 되는 사면체가 항상 면을 공유하고 있다. 두 개의 사면체를 이루는 다섯 개의 점은 두 개 또는 세 개의 사면체로 분할되고 볼록함(convexity)을 유지하기 위해서 사면체 모양이 보존되어야 한다. 두 개의 사면체는 분할 형태에

따라 수평 분할과 수직 분할로 나뉘어진다. (그림 3)과 같이 수평 분할은 두 개의 사면체로, 수직 분할은 세 개의 사면체로 나뉘어진다. 점들을 사면체로 분할할 때 수평 분할, 수직 분할 중에서 어느 것인가를 선택하여야 하는데 잘못 선택하면 가시화된 화상에 구멍이 생긴다[6].



(그림 3) 사면체의 두 가지 분할

수평 분할은 직관적으로 알 수 있으나 수직 분할은 난해하다. (그림 4)는 두 개의 사면체가 세 개의 사면체로 수직 분할되는 모양을 보인다. (그림 4)(a)는 분할되기 전의 모양이고 (그림 4)(b)는 분할된 후의 모양이다.



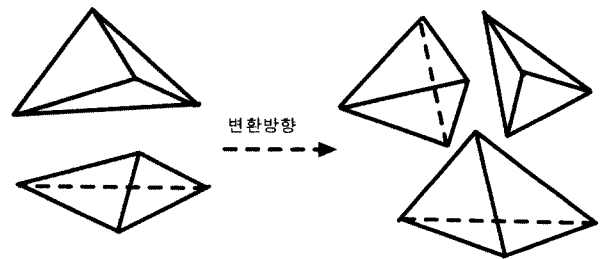
(그림 4) 수직 분할 과정

수직 분할은 선분 DE가 삼각형 ABC의 내부에서 교차하는 경우에 발생하는데 최초의 사면체 분할은 사면체 ADCE와 육면체 ADCBE로 분할되고 이것은 다시 세 개의 사면체 ADCE, ABDE, BCDE로 분할된다. 변 AC가 삼각형 BDE의 외부에서 교차하지 않으면 사면체 ADCE가 생성되지 않는다.

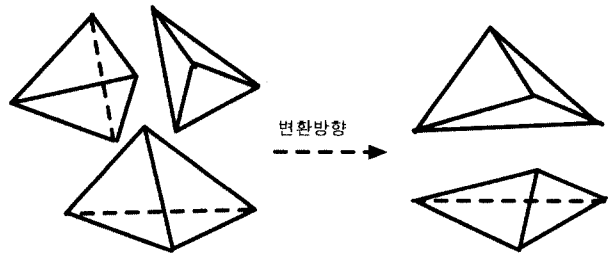
두 개의 사면체를 분할하면 (그림 5)와 같이 네 가지 경우가 발생한다. 경우 1, 경우 2는 다섯점 중에 어떤 네 점이 모두 동일 평면 위에 있지 않은 경우이다. 경우 3은 다섯점 중에서 네 점이 동일 평면 위에 있는 경우이다. 경우 4는 여섯 점 중에서 두 쌍의 네 점이 동일 평면 위에 있는 경우이다. 경우 1과 경우 2는 동일한 것이나 경우 1, 경우 2로 분리한 이유는 점 내부의 함수 값에 따라 왼쪽·오른쪽에서 오른쪽·왼쪽으로 변환되기 때문이다.

이 논문에서 제안하는 방법은 3차원 공간에 흩어진 점을

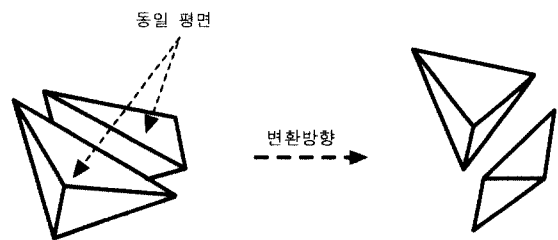
사면체로 분할하여 삼각형으로 이루어진 면의 집합으로 가시화하는 것이다. 가시화 한 결과에 구멍이 발생하지 않도록 하기 위해서 수평 분할 또는 수직 분할 중에서 하나를 바르게 선택해야한다. (그림 6)은 정점의 함수 값에 따라 생성되는 등고면의 모양을 보인다. 여기서 하얀 점은 함수 값이 가시화 하려고 하는 등고면의 값보다 높은 곳이고, 검은 점은 등고면의 값보다 낮은 값이다. 왼쪽과 오른쪽의 표면의 모양은 보완 관계, 즉 어느 쪽으로도 변환이 가능하나 결과의 면이 표시되는 모양이 다르기 때문에 이 둘 중에서 하나를 선택해야하는 애매성이 발생한다.



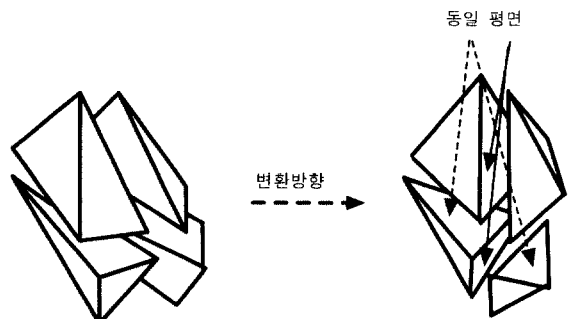
(a) 경우 1



(b) 경우 2

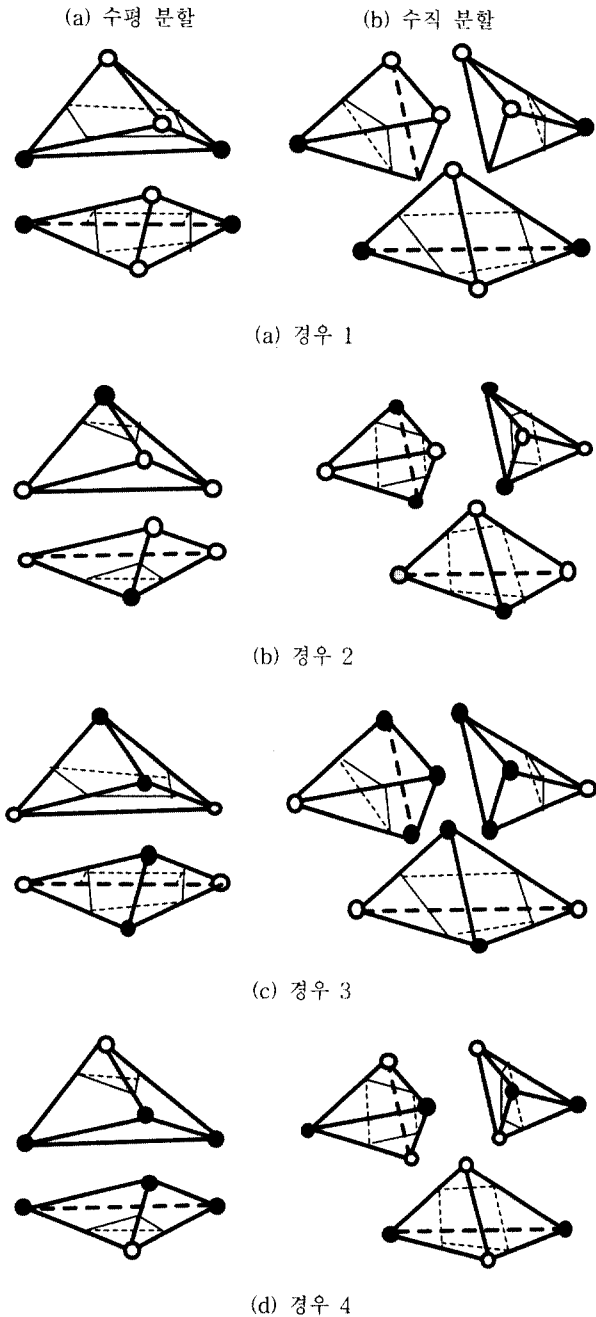


(c) 경우 3



(d) 경우 4

(그림 5) 사면체 분할의 여러 경우



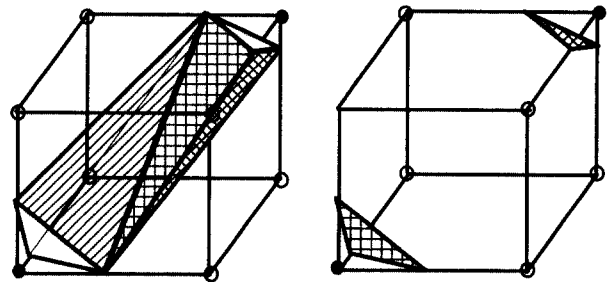
(그림 6) 수평, 수직 분할에서 등고면의 여러 경우

애매성이 발생하는 근본적인 이유는 선형 보간의 한계 즉 사면체 정점의 값만을 이용하여 내부값을 보간으로 구하기 때문이다. (그림 6)의 경우 1에서 수평 분할은 옆에서 보았을 때 구멍이 생기고 수직 분할은 위에서 보았을 때 구멍이 생긴다. 데이터 점들을 사면체로 분할하여 서로 연결할 때 그 분할 방향을 바르게 선택하여 이웃의 사면체가 구멍을 막아 주도록 하여야 한다. (그림 13)과 (그림 14)는 사면체의 수평 분할 영역과 수직 분할 영역 각각에 대하여 등고면을 가시화 한 것이다. 그림에서 황색은 사면체의 앞면을, 적색은 뒷면을 나타낸다. (그림 13)의 수평 분할에서는 위에서

보았을 때 구멍이 생기고 (그림 14)의 수직 분할에서는 옆에서 보았을 때 구멍이 생긴다.

### 3.3 마칭큐브의 점근선 판정기

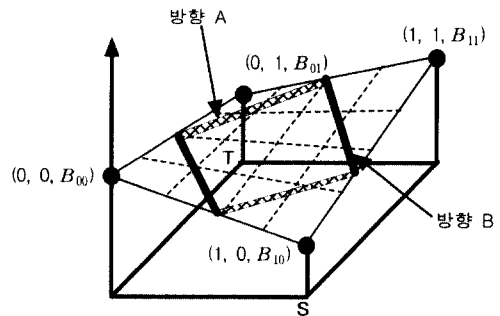
(그림 7)은 마칭큐브 알고리즘[9] 4번에서 분할 방향에 따라 다르게 생성되는 면의 모양이다. 왼쪽은 측면을, 오른쪽은 상하면을 물체의 면으로 간주하면 구멍은 각각 상하면과 측면에 발생한다.



(a) 물체의 면 : 측면 (b) 물체의 면 : 상하면

(그림 7) 마칭큐브 알고리즘 4번에서 분할 방향에 따라 달라지는 모양의 차이

(그림 8)은 마칭큐브에서 양방향선형 보간(bilinear interpolation)을 할 경우에 발생하는 애매성을 보인다. 방향 A, B 중에서 하나를 선택해야 하는데 이 때 애매성(ambiguity)이 발생한다. 마칭큐브의 애매성을 해결하기 위하여 여러 가지 방법이 제안되었다[15-17].

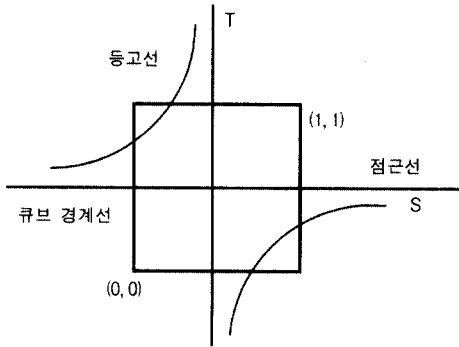


(그림 8) 방향 A와 B 중에서 선택의 애매성이 발생함

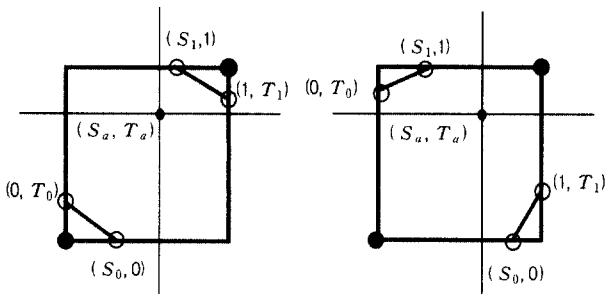
면 위의 양방향선형 보간은 변(edge) 위의 선형 보간을 면으로 확장한 것인데 (그림 8)에 표시한다. 네 정점의 값은 각각  $B_{00}, B_{10}, B_{01}, B_{11}$ 이며 면 위의 각 점들의 함수 값은 정점의 함수 값을 양방향 선형 보간으로 구한다. 매개 변수  $s, t$ 는 각각  $x, y$  성분을 나타내며  $(s, t) : 0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$ 의 범위를 갖는다. 면 위의 어떤 한 점의 함수 값을 구하는 보간은 식 (2)와 같다.

$$\beta(s, t) = [1-s, s] \begin{bmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-t \\ t \end{bmatrix} \quad (2)$$

식 (2)에서 등고선  $\beta$ 는  $\{(s, t) : \beta(s, t) = \alpha\}$  을 만족하는 점의 집합인데 쌍곡선의 형태를 띤다. 애매성은 (그림 9)와 같이 등고선이 큐브 경계선과 두 군데서 교차할 때 발생한다.



(그림 9) 애매성이 발생하는 경우



(a)  $\alpha > \beta(S_a, T_a)$ 인 경우      (b)  $\alpha \leq \beta(S_a, T_a)$ 인 경우

(그림 10) 애매성을 해결하는 교차점 연결

분할 방향은 (그림 10)과 같이 등고선의 함수값  $\alpha$ 와 점근선의 교차점에서의 함수값  $\beta(S_a, T_a)$ 을 비교하여 결정한다[15].

if  $(\alpha > \beta(S_a, T_a)) \{ (S_1, 1) \text{과 } (S_0, 0) \text{를 각각 } (1, T_1) \text{과 } (0, T_0) \text{에 연결한다 ;}$

else  $\{ (S_1, 1) \text{과 } (S_0, 0) \text{를 각각 } (0, T_0) \text{과 } (1, T_1) \text{에 연결한다 ;}$

여기서 점근선은  $s = S_a$ 인  $(s, t)$ 의 집합 즉  $\{(s, t) : s = S_a\}$ 이고,  $t = T_a$ 인  $(s, t)$ 의 집합 즉  $\{(s, t) : t = T_a\}$ 이다.  $S_a, T_a$ 는 식 (3)과 식 (4)와 같이 주어진다.

$$S_a = \frac{B_{00} - B_{01}}{B_{00} + B_{11} - B_{01} - B_{10}} \quad (3)$$

$$T_a = \frac{B_{00} - B_{10}}{B_{00} + B_{11} - B_{01} - B_{10}} \quad (4)$$

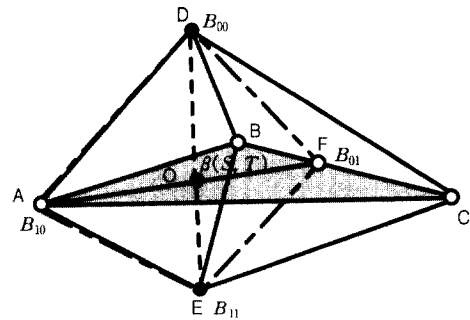
식 (2)~식 (4)를 이용하여 점근선의 교차점에서 함수값은

식 (5)와 같이 계산된다.

$$\beta(S_a, T_a) = \frac{B_{00} B_{11} - B_{10} B_{01}}{B_{00} + B_{11} - B_{01} - B_{10}} \quad (5)$$

#### 4. 사면체 기반의 가시화에서 점근선 판정기를 이용한 영역의 선택

사면체 기반의 가시화에서 분할 방향의 애매성을 해결할 수 있는 방법이 없기 때문에 이 논문에서는 마칭큐브에서 사용되는 점근선 판정기의 사용을 제안한다. 이 논문에서 제안하는 점근선 판정기는 가시화하려고 하는 등고면의 함수값을 이용하여 사면체의 수직·수평 분할을 결정하는데 이 값은 가시화 시스템의 사용자에게 의해서 미리 지정된다. 마칭큐브에서는 (그림 8)과 같이 큐브 내부의 네 정점의 좌표값과 함수값을 알 수 있으나 사면체에서는 그러한 값을 알 수 없고 사면체 정점의 좌표와 함수값만을 알 수 있다. 따라서 사면체 정점의 좌표값과 함수값을 이용하여 사면체 내부에 마칭큐브의 정점에 대응하는 한 점을 설정하고 이 점의 좌표와 함수값을 계산하여야 한다. (그림 11)은 사면체 ABCDE를 수평 분할하여 그린 것이고 삼각형 ABC는 수평 분할면이다.



(그림 11) 점근선 판정기를 사용하기 위하여 사각형의 정점 결정

삼각형 ABC를 선분 DE가 관통하고 있는데 이 만나는 곳을 점 O라고 하고, 정점 A에서 점 O를 지나는 선분이 삼각형 ABC의 변 BC와 만나는 곳을 점 F라고 하자. 일점쇄선으로 그린 사각형 ADFE에 대하여 마칭큐브에서 사용하는 점근선 판정기를 이용할 수 있다. 이를 위해서는 점 F의 함수값을 알아야 한다. 점 F의 함수값은 정점 B와 정점 C의 함수값과 점 F의 배리센트릭 좌표(bary centric coordinates)를 알면 구할 수 있다. 점 F의 배리센트릭 좌표는 삼각형 ABC와 선분 DE의 교차 계산을 하여 점 O의 좌표를 구한 다음에 삼각형 변정점법(side vertex method in triangle)[11]을 이용하여 구한다.

점 O를 구하기 위하여 선분 DE와 삼각형 ABC와 교차

계산을 하는데 배리센트릭 좌표를 이용한다. 삼각형 위의 점 O를 (그림 12)와 같이 배리센트릭 좌표  $(b_j, b_k)$ 를 이용하여 식 (6)으로 표시한다.

$$t(b_j, b_k) = (1 - b_j - b_k) V_i + b_j V_j + b_k V_k \quad (6)$$

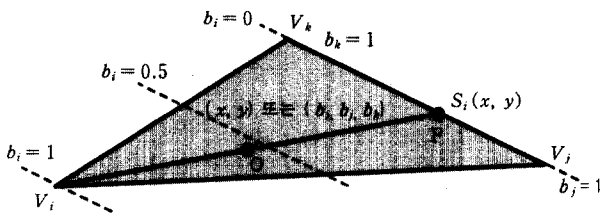
여기서  $V_i, V_j, V_k$ 는 삼각형 각 정점의 데카르트 좌표(이하 좌표라고 함)이고 배리센트릭 좌표  $b_j, b_k$ 는 각 정점이 어떤 점에 미치는 기여의 가중치(weight of each vertex's contribution)이다. 배리센트릭 좌표 값  $b_j, b_k$ 는  $b_j \geq 0, b_k \geq 0, b_j + b_k \leq 1$ 의 조건을 만족해야한다. 선분 DE를 지나 는 직선은 (그림 11)을 참고하여  $o + td$ 로 표시된다. 여기서  $o$ 는 D 점을 표시하고  $d$ 는 선분 DE의 방향 벡터이고  $t$ 는 점  $o$ 에서 교차점까지의 거리이다. 교차점은 식 (7)을 이용하여 구한다[18].

$$o + td = (1 - b_j - b_k) V_i + b_j V_j + b_k V_k \quad (7)$$

식 (7)을 식 (8)과 같이  $(t, b_j, b_k)$ 에 대해 풀어 교차점을 찾는다.

$$\begin{bmatrix} -d & V_j - V_i & V_k - V_i \\ b_j \\ b_k \end{bmatrix} = o - V_i \quad (8)$$

점 F의 좌표와 함수값의 계산도 배리센트릭 좌표를 이용 하는데 여기서는 알기 쉽게 2차원 좌표계에 대하여 고찰한다. 3차원 좌표계에 대해서도 같은 원리가 적용된다.



(그림 12) 새로운 정점의 좌표 및 함수값 계산

정점  $V_i$ 에서 점  $(x, y)$ 를 지나 대응하는 변  $V_j, V_k$ 와 만나는 점  $S_i(x, y)$ 의 좌표는 다음 식으로 주어진다.

$$S_i = S_i(x, y) = \left( \frac{x - x_i b_i}{1 - b_i}, \frac{y - y_i b_i}{1 - b_i} \right) \quad (9)$$

단,  $i = 1, 2, 3$

여기서  $b_i, b_j, b_k$ 는 배리센트릭 좌표이기 때문에  $b_i + b_j + b_k = 1$ 이 성립한다.

점  $(x, y)$ 의 배리센트릭 좌표  $b_i(x, y)$ 는 식 (10)과 같이

주어진다.

$$b_i = b_i(x, y) = \frac{\begin{vmatrix} x - x_i & x - x_k \\ y - y_i & y - y_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_i - x_j & x_i - x_k \\ y_i - y_j & y_i - y_k \end{vmatrix}} \quad (10)$$

단,  $i = 1, 2, 3 \quad j = 2, 3, 1 \quad k = 3, 2, 1 \quad ; \quad i \neq j \neq k$

점  $S_i(x, y)$ 의 배리센트릭 좌표  $b_j$  ( $b_k$ 는  $j$ 를  $k$ 로 치환)는 다음 식 (11)로 구한다.

$$b_j(S_i) = \begin{cases} \frac{b_j}{1 - b_i} & ; \quad i \neq j \\ 0 & ; \quad i = j \end{cases} \quad (11)$$

$S_i$ 에서의 함수값  $A[F]$ 는 그 점  $S_i(x, y)$ 의 배리센트릭 좌표  $b_j$ 와 정점  $V_j, V_k$ 의 함수값  $F(V_j), F(V_k)$ 를 식 (11)에 대입하여 구한다. 변  $V_j V_k$ 에서는  $b_j$ 가 0이 되고  $b_k$ 는  $1 - b_j$ 가 되기 때문에 식 (12)가 성립한다.

$$A[F] = (1 - b_j)F(V_k) + b_j F(V_j) \quad (12)$$

F 점의 좌표와 함수값을 구하였기 때문에 (그림 11)의 사면형 ADFE를 (그림 8)의 사면형에 대응시켜 사면체의 분할 방향을 결정할 수 있다. 즉 ADFE의 정점의 함수값과 식 (5)를 이용하여  $\beta(S, T)$ 를 구한 후에 이 값과 시스템의 사용자에게 의해서 주어진 등고면의 함수값  $\alpha$ 를 비교하여  $\alpha$ 가  $\beta(S, T)$ 보다 크면 수직 분할하고 그렇지 않으면 수평 분할한다.

## 5. 가시화 및 평가

실리콘 그래픽스사의  $O_2$  워크스테이션 플랫폼에서 C와 GL을 이용하여 간단한 시작 가시화 시스템을 구현하여 제안한 방법의 타당성을 검증하였다. 웨이블릿 변환은 영상을 전체적인 형상(coarse overall shape)에 영향을 주는 계수와 여러 범위에 걸쳐서 미세하게 영향을 주는(details that range from broad to narrow)주는 계수로 분리한다. 미세하게 영향을 주는 계수를 일부 삭제해도 전체의 모양에 큰 영향을 주지 않으므로 볼륨 해상도  $64 \times 64 \times 68$ 의 CT(Computerized Tomography) 두개골 데이터를 웨이블릿 변환하여 14%의 중요한 계수만을 남기고 삭제한 후에 다시 복원(reconstruction)하여 평가용 데이터로서 사용하였다[8]. 웨이블릿 변환은 참고 문헌[19]에서 제시한 2차원 하웨이블릿 변환(Har Wavelet Transform)을 3차원으로 확장하여 사용하였다.

가시화는 Z 버퍼와 다각형을 기반으로 하는  $O_2$  워크스테이션의 그래픽스 파이프라인을 이용하여 다음과 같은 순서로

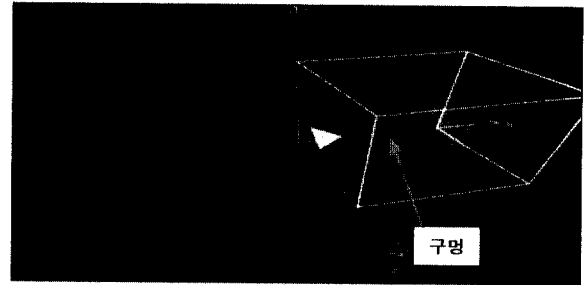
처리하였다.

- ① 본 논문에서 제안한 방법으로 데이터 점들을 사면체 영역으로 분할
- ② 가시화 하고자 하는 등고면의 값을 갖는 사면체를 추출
- ③ 사면체 내부의 등고면을 계산하여 다각형으로 저장
- ④ 다각형을 평면 그래픽스 라이브러리를 이용하여 렌더링

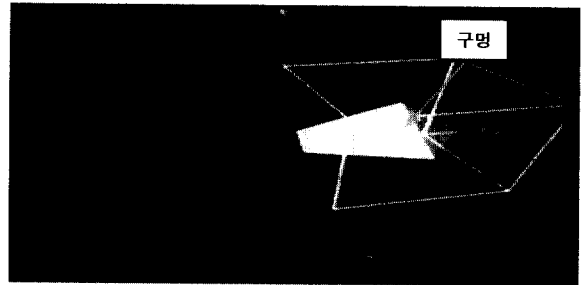
각 정점의 함수값과 식 (1)을 이용하여 선형 보간하여 변에서 등고값을 갖는 점을 구한 후에 다시 이를 보간하여 사면체 내부의 등고면을 구하고 이 점들을 서로 연결하여 다각형을 구하여 평면 셰이딩(flat shading)으로 렌더링하였다.

이 논문에서 제안한 점근선 판정기를 기반으로 생성한 화상과 구 판정기로 생성한 화상을 비교하기 위하여 가시화 결과를 (그림 15)~(그림 22)에 보인다. 구 판정기는 베리 조 알고리즘을 이용하였는데 이것으로 사면체 영역을 가시화한 것을 (그림 15)에, 두개골의 등고면을 가시화한 것을 (그림 17)에 보인다. 그리고 점근선 판정기를 이용하여 사면체 영역을 가시화한 것을 (그림 16)에, 두개골 등고면을 가시화한 것을 (그림 18)에 보인다. (그림 17)과 (그림 18)의 등고면의 함수값은 모두 12.6으로 주었다. 그림에서 황색은 다면체의 앞면을, 적색은 뒷면을 표시한다. (그림 19), (그림 20)은 각각 (그림 17), (그림 18)의 두개골 상부에 빠져 있는 구멍을 상세히 알아보기 위하여 확대한 것이다. (그림 21)은 등고선 판정기를 이용하여 두개골의 단면을 잘라 가시화한 것이고 (그림 22)는 (그림 21)을 돌려서 안 쪽을 본 것이다.

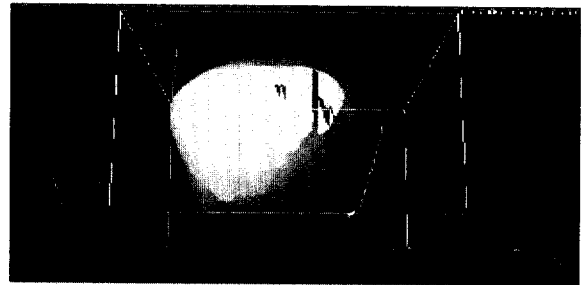
이 연구는 (그림 17)에서와 같이 구 판정기 기반의 가시화 시스템이 두개골 상부에 긴 구멍을 생성하는데 그것을 제거할 목적으로 시작하였다. 그러나 그 구멍은 제거되지 않고 오른 쪽에 있는 작은 구멍만을 제거할 수 있었다. 이러한 작은 구멍이 제거된 것은 (그림 15)와 (그림 16)를 비교해 보면 알 수 있다. 구 판정기를 이용하여 가시화 한 (그림 15)에서는 긴 검은 선 오른 쪽에 작은 검은 선이 보이나 점근선 판정기를 이용하여 가시화한 (그림 16)에서는 이 작은 검은 선이 보이지 않음을 알 수 있다. 두개골의 뒷면을 확대한 (그림 19), (그림 20)에서도 긴 노란 선 오른쪽 부분의 빨간 원의 경계선이 (그림 19)에서 보다는 (그림 20)에서 명확한 것을 알 수 있다. 긴 구멍은 그 부분에 등고면에 해당하는 함수값  $\alpha$ 가 존재하지 않기 때문에 발생한 것으로 추정된다.  $\alpha$ 값의 부재는 웨이블릿 변환과정에서 일부의 데이터가 손실되었거나 사면체를 분할하는 코드에 버그가 있기 때문에 발생한 것으로 생각되나 이에 대해서는 더 연구가 필요하다.



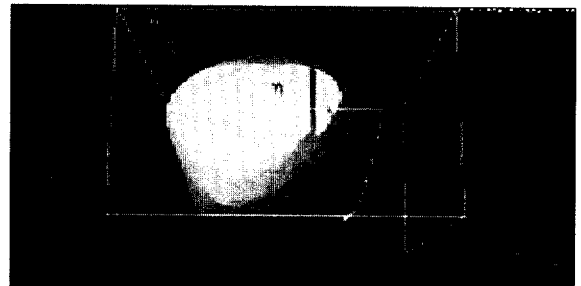
(그림 13) 수평 분할 영역에서 사면체 등고면의 표시



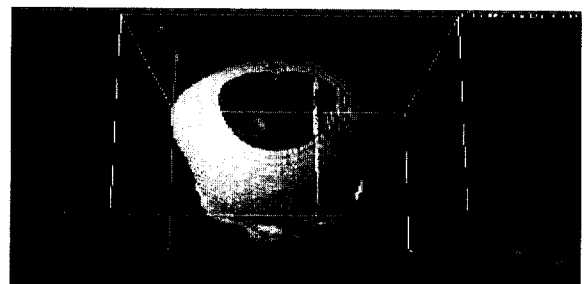
(그림 14) 수직 분할 영역에서 사면체 등고면의 표시



(그림 15) 구 판정기를 이용한 사면체 영역의 가시화



(그림 16) 점근선 판정기를 이용한 사면체 영역의 가시화



(그림 17) 구 판정기를 이용한 두개골 등고면의 가시화 (함수 값  $\alpha = 12.6$ )



## 6. 결 론

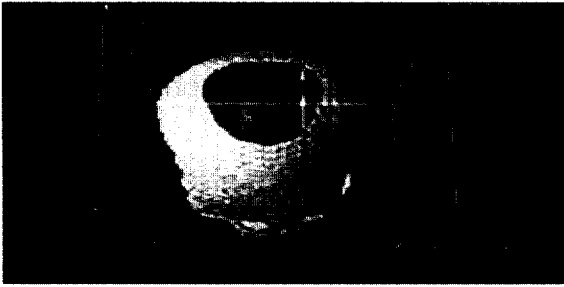
이 논문에서는 3차원 산포 볼륨 데이터를 사면체 영역을 이용하여 모델링하는 방법에 대하여 논하였다. 이러한 모델링 방법에서 문제로 되어 있는 것이 사면체 분할 방향 선택의 애매성인데 이 논문에서는 점근선 판정기로 해결을 시도하였다. 점근선 판정기를 사면체에 적용하기 위하여 필요한 수식을 도출하였고 이 수식을 이용하여 시작 가시화 시스템을 구축하여 기존의 구 판정기와 비교하였다. 제안한 방법으로 생성한 화상이 구 판정기로 생성한 화상 보다 사실적인 화상을 생성하였으나 등고면(contour)에 요철이 생겨 마칭큐브 알고리즘에 필적할 정도로 화상의 질이 개선되지는 못하였다.

이 논문에서 제안한 방법은, 기존의 마칭큐브 알고리즘이 규칙적인 데이터에 한정하여 적용할 수 있는데 비하여 규칙적인 데이터, 불규칙적인 데이터에 함께 적용할 수 있는 방법이다. 그리고 점의 좌표와 함께 함수값도 고려하여 분할하기 때문에 좌표 값만으로 분할하는 배리 조 알고리즘보다는 데이터를 정확히 가시화 할 수 있으리라 기대된다. 배리 조 알고리즘은 함수값을 고려하지 않기 때문에 데이터 점들의 함수값에 관계없이 공간의 점들을 항상 정삼각형에 가깝게 분할하나 본 논문에서 제안한 방법은 해당 영역의 함수값에 따라 정삼각형 또는 긴 삼각형으로 분할하기 때문에 사면체 내에서 보간의 품질이 향상되기 때문이다. 그러나 시작 시스템으로 생성한 화상이 마칭큐브 알고리즘으로 생성한 화상 보다 덜 깨끗한데 이것은 실수 연산 중에 발생하는 오차와 평면 셰이딩(flat shading)으로 음영 계산한 것 등이 원인이라고 생각된다.

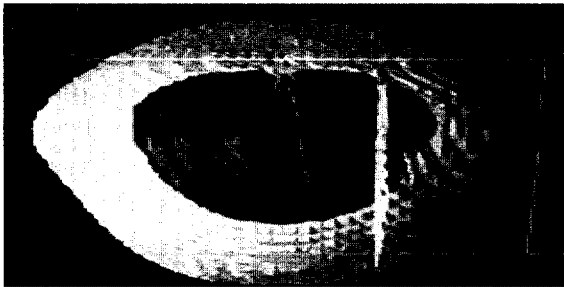
결론적으로 이 논문에서는 3차원 산포 볼륨 데이터에 대하여 완전한 가시화 결과를 얻지 못했지만 변정점법과 양방향선형 보간법을 이용하여 기존의 구 판정기 기반의 볼륨 데이터 모델링 보다 개선된 결과를 얻을 수 있는 점근선 판정기에 관한 이론적 근거를 제시하였다. 향후 연구로 구멍이 발생하지 않고 마칭큐브와 같이 완전한 화상을 생성할 수 있도록 시작 시스템을 개선하는 것을 계획하고 있다.

## 참 고 문 헌

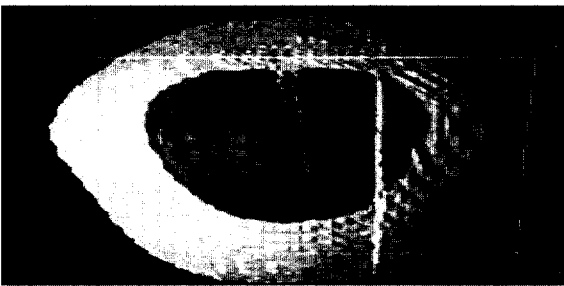
- [1] W. Schroeder, K. Martin, and B. Lorensen, The Visualization Toolkit, Prentice Hall PTR, 1997.
- [2] H. Hagen, M. Muller, and G. M. Nielson, Focus on Scientific Visualization, Springer-Verlag, 1993.
- [3] K. Lee, "Data Dependent Tetrahedrization," Vision Geometry V, SPIE-2826, pp.90-97, 1996.
- [4] K. Lee, and O. Gwun, "Three-Dimensional Image Modeling Based on Least Squares Fitting by Using Adaptive



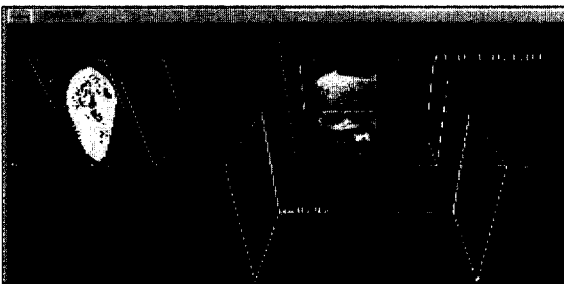
(그림 18) 점근선 판정기를 이용한 두개골 등고면의 가시화 (함수 값  $\alpha = 12.6$ )



(그림 19) (그림 17)의 두개골 상부를 확대한 영상



(그림 20) (그림 18)의 두개골 상부를 확대한 영상



(그림 21) 점근선 판정기를 이용하여 두개골을 절단하여 가시화



(그림 22) (그림 21)의 절단한 두개골을 회전하여 안쪽 면을 가시화

Sub-Division of Tetrahedron," Vision Geometry VI, SPIE-3168, pp.250-261, 1997.

[5] K. Lee, and O. Gwun, "3-D Image Modeling based on Tetrahedral Domain by Using Wavelet Transformation," Vision Geometry VII, SPIE-3454, pp.110-120, 1998.

[6] K. Lee, and O. gwun, "3-D Image Modeling based on Data Dependent Tetrahedrization," Vision Geometry VIII, SPIE-3811, pp.179-192, 1999.

[7] K. Lee, "Three-Dimensional Medical Image Modeling of Scattered Data based on Data Dependent Criteria," Vision Geometry IX, SPIE-4117, pp.91-99, 2000.

[8] 권오봉, 이건, "웨이블릿 변환과 사면체 분할을 이용한 볼륨 데이터 모델링", 정보처리학회논문지, Vol.6, No.4, pp. 1081-1089, June, 1999.

[9] W. E. Lorensen and H. E. Cline "Marching Cubes : A High-resolution 3D surface Construction Algorithm," Computer Graphics, Vol.21, No.4, pp.163-169, July, 1987.

[10] B. Joe, "Construction of Three-dimensional Delaunay Triangulations Using Transformations," Computer Aided Geometric Design, CAGDD-8, pp.123-142, 1991.

[11] G. M. Nielson, "The Side-Vertex Method for Interpolation in Triangles," Journal of Approximation Theory, Vol. 25, pp.318-336, 1979.

[12] G. M. Nielson, H. Hagen, and H. Muller, Scientific Visualization, IEEE Computer Society, Washington, pp.477-525, 1997.

[13] B. Joe, GEOMPACK users guide, Department of Computer Science, University of Alberta, Canada, 1993.

[14] S. Rippa. "Adaptive Approximation by Piecewise Linear Polynomials on Triangulations of Subsets of Scattered Data," SIAM J. Sci. Statist. Comput, 13, pp.1123-1141.

[15] G. M. Nielson, and B. Haman, "The Asymptotic Decider : Resolving the Ambiguity in Marching Cubes," Proceedings of Visualization '91, pp.83-93, 1991.

[16] S. V. Matveyev, "Approximation of Iso-surface in the Marching Cubes : Ambiguity Problem," Proceedings of Visualization '94, pp.288-292, 1994.

[17] S. V. Matveyev, "Resolving the Topological Ambiguity in Approximating the Iso-surface of Scalar Function," Proceedings of Visualization and Machine Vision, '94, pp. 18-21, 1994.

[18] T. Moller, and E. Haines, Real-Time Rendering, AK Peters, 1999.

[19] E. J. Stollnitz, T. D. DeRose, and D. H. Salesin, Wavelets for Computer Graphics Theory and Applications, Morgan Kaufman, 1996.

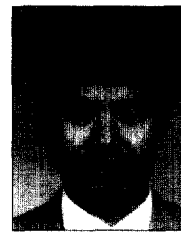


**이 건**

e-mail : kunlee@han.ac.kr

1978년 고려대학교 전자공학과(학사)  
 1983년 고려대학교 전자공학과(공학석사)  
 1985년 애리조나 주립대학 전기공학과  
 (공학박사)  
 1995년 애리조나 주립대학 전기공학과  
 (공학박사)

1995년~1996년 호원대학교 컴퓨터공학과 전임강사  
 1997년~현재 한동대학교 전산전자공학부 조교수  
 관심분야 : Visualization, Computer Aided Geometric Design,  
 의료영상가시화



**권 오 봉**

e-mail : obgwun@moak.chonbuk.ac.kr

1980년 고려대학교 전기공학과(학사)  
 1983년 고려대학교 전기공학과(공학석사)  
 1992년 일본구주대학 총합이공학연구과  
 (공학박사)  
 1992년~1993년 일본구주대학 정보공학과  
 조수

1994년~1995년 전북대학교 컴퓨터과학과 전임강사  
 1996년~1999년 전북대학교 컴퓨터과학과 조교수  
 2000년~현재 전북대학교 전자정보공학부 부교수  
 관심분야 : Visualization, Computer Graphics, Parallel  
 Processing